

A.  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi$       B.  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$       C.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$       D.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$

**Câu 107:** Phương trình lượng giác:  $\cos^2 x + 2\cos x - 3 = 0$  có nghiệm là ( $k \in \mathbb{Z}$ ):

A.  $x = k\pi$       B.  $x = k2\pi$       C.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$       D. Vô nghiệm

**Câu 108:** Nghiệm của phương trình lượng giác:  $\cos^2 x - \cos x = 0$  thỏa điều kiện  $0 < x < \pi$  là:

A.  $x = \frac{\pi}{2}$       B.  $x = 0$       C.  $x = \pi$       D.  $x = \frac{-\pi}{2}$

• **Hàm tan:** Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

• **Hàm cot:** Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

• Hàm mở rộng hỗn hợp giữa các hàm (1 câu).

3. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc 3 với 1 hàm số lượng giác

• **Hàm sin** Dùng công thức nhân đôi, nhân 3, các hằng đẳng thức lượng giác.

**Câu 109:** Nghiệm của phương trình  $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x = 0$ , là:

A.  $x = \pi + k2\pi$       B.  $x = k\pi$       C.  $x = k2\pi$       D.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

• **Hàm cosin** Dùng công thức nhân đôi, nhân 3; các hằng đẳng thức lượng giác.

• **Hàm tan:** Dùng công thức nhân đôi, nhân 3 các hằng đẳng thức lượng giác.

• **Hàm cot:** Dùng công thức nhân đôi, các hằng đẳng thức lượng giác.

4. Ứng dụng hàm số bậc hai vào tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số.

5. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với  $\sin x$  và  $\cos x$  và ứng dụng

5.1. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với  $\sin x$  và  $\cos x$ .

**Câu 110:** Nghiệm của phương trình:  $\sin x + \cos x = 0$  là:

A.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$       B.  $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$       C.  $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$       D.  $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

**Câu 111:** Phương trình  $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 1$  tương đương với phương trình

A.  $\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{1}{2}$       B.  $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$       C.  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{1}{2}$       D.  $\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{1}{2}$

**Câu 112:** Phương trình:  $\sqrt{3}\sin 3x + \cos 3x = -1$  tương đương với phương trình nào sau đây:

A.  $\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$       B.  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6}$       C.  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$       D.  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

**Câu 113:** Phương trình lượng giác:  $\frac{\cos x - \sqrt{3}\sin x}{\sin x - \frac{1}{2}} = 0$  có nghiệm là:

A.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$       B. Vô nghiệm      C.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$       D.  $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$

**5.2. Tìm đk của tham số để phương trình có nghiệm.**

**Câu 114:** Điều kiện để phương trình  $3\sin x + m\cos x = 5$  vô nghiệm là

- A.  $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$       B.  $m > 4$       C.  $m < -4$       D.  $-4 < m < 4$

**Câu 115:** Điều kiện để phương trình  $m.\sin x - 3\cos x = 5$  có nghiệm là:

- A.  $m \geq 4$       B.  $-4 \leq m \leq 4$       C.  $m \geq \sqrt{34}$       D.  $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$

**Câu 116:** Phương trình  $m\cos 2x + \sin 2x = m - 2$  có nghiệm khi và chỉ khi:

- A.  $m \in \left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$       B.  $m \in \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$       C.  $m \in \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$       D.  $m \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right]$

**Câu 117:** Tìm m để phương trình  $\sin 2x - 2.(m - 1).\sin x.\cos x - (m - 1).\cos 2x = m$  có nghiệm.

- A.  $0 < m < 1$       B.  $0 \leq m \leq 1$       C.  $m > 1$       D.  $m \leq 0$

**Câu 118:** Tìm m để phương trình  $\cos 2x - \sin x + m = 0$  có nghiệm.

- A.  $-\frac{1}{4} \leq m \leq 1$       B.  $-\frac{5}{4} \leq m \leq 1$       C.  $-\frac{5}{4} \leq m \leq -1$       D.  $m \geq -\frac{5}{4}$

**Câu 119:** Tìm m để phương trình  $m.\sin 2x + 2(m-1)\cos^2 x = 3m$  có nghiệm

- A.  $m \in [-3; 0]$       B.  $m \in [-4; 1]$   
C.  $m \in [-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2}]$       D.  $m \in [-4; 0]$

**Câu 120:** Điều kiện để phương trình  $m\sin x + 8\cos x = 10$  vô nghiệm là

- A.  $m > 6$       B.  $\begin{cases} m \leq -6 \\ m \geq 6 \end{cases}$       C.  $m < -6$       D.  $-6 < m < 6$

**Câu 121:** Để phương trình:  $\sin^2 x + 2(m+1)\sin x - 3m(m-2) = 0$  có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là:

- A.  $\begin{cases} -\frac{1}{2} \leq m < \frac{1}{2} \\ 1 \leq m \leq 2 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} -\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{3} \\ 1 \leq m \leq 3 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} -2 \leq m \leq -1 \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ 3 \leq m \leq 4 \end{cases}$

**5.3. Ứng dụng điều kiện có nghiệm của pt vào tìm GTNN, GTLN.**

**Câu 122:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \cos^2 x + 4\cos x + 7$  là:

- A. 1      B. 3      C. 7      D. 4

**Câu 123:** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = 6 \left[ \sin^4 \left( \frac{x}{2} \right) + \cos^4 \left( \frac{x}{2} \right) \right] - \cos x - 2$$

Khi đó giá trị của M-m là

- A. 2      B.  $-\frac{49}{12}$       C. -2      D.  $\frac{49}{12}$

**Câu 124:** Gọi M, m lần lượt là nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình  $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$ . Giá trị của M+m là

- A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $-\frac{\pi}{3}$       C. 0      D.  $-\frac{\pi}{6}$

**6. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc hai**

**6.1. Dạng phương trình**  $a\sin^2 x + b\sin x.\cos x + c\cos^2 x = 0$ .

**7. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc ba.**

**8. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đối xứng.**

**Câu 125:** Nghiệm dương nhỏ nhất phương trình:  $\sin x - \cos x + \sin 2x = 2\cos^2 x$  là

A.  $x = \frac{\pi}{6}$

B.  $x = \frac{2\pi}{3}$

C.  $x = \frac{\pi}{4}$

D.  $x = \frac{\pi}{3}$

9. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bán đối xứng.

10. Phương trình tích cơ bản

10.1. Chứa nhân tử là  $\sin x$  hoặc bội của  $x$ .

10.2. Chứa nhân tử là  $\cos x$  hoặc bội của  $x$ .

10.3. Chứa nhân tử là  $1 \pm \cos x$ .

Câu 126: Phương trình  $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{4}{\sqrt{3}}$  tương đương với các phương trình:

A.  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

B.  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\sin x = -\frac{1}{2}$

D.  $\sin x = \frac{1}{2}$

10.4. Chứa nhân tử là  $1 \pm \sin x$ .

10.5. Chứa nhân tử chung chẳng hạn như là:  $\sin x \pm \cos x$ ;  $1 \pm \tan x$ ,  $\sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\alpha \pm \frac{\pi}{4}\right)$ .

Câu 127: Phương trình:  $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 4 \sin x = 2 + \sqrt{2}(1 - \sin x)$  có nghiệm là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

Câu 128: Phương trình  $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 5x$  có nghiệm là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$

Câu 129: Phương trình  $\sin x + \cos x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$  có nghiệm là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \\ x = k\frac{\pi}{4} \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = k\frac{\pi}{2} \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$

Câu 130: Phương trình  $\cos x + \sin x = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}$  có nghiệm là:

A.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = k\frac{\pi}{2} \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \\ x = k\frac{\pi}{4} \end{cases}$

10.6. Chứa nhân tử nhờ mối liên hệ giữa các hệ số, nhằm nghiệm đặc biệt.

11. Phương trình tích nâng cao: Sử dụng hỗn hợp nhiều công thức.

Câu 131: Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm:

A.  $\sqrt{3} \sin x = 2$

B.  $\frac{1}{4} \cos 4x = \frac{1}{2}$

C.  $2\sin x + 3\cos x = 1$

D.  $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$

**Câu 132:** Nghiệm của phương trình:  $\sin x \cdot (2\cos x - \sqrt{3}) = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

D.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$

**Câu 133:** Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A.  $\sin x + 3 = 0$

B.  $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

C.  $\tan x + 3 = 0$

D.  $3\sin x - 2 = 0$

**Câu 134:** Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A.  $\sin x + 3 = 0$

B.  $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

C.  $\tan x + 3 = 0$

D.  $3\sin x - 2 = 0$

**Câu 135:** Cho biết  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$  là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

A.  $2\cos x - 1 = 0$

B.  $2\cos x + 1 = 0$

C.  $2\sin x + 1 = 0$

D.  $2\sin x - \sqrt{3} = 0$

**Câu 136:** Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A.  $\sin x + 3 = 0$

B.  $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

C.  $\tan x + 3 = 0$

D.  $3\sin x - 2 = 0$

**Câu 137:** Phương trình nào sau đây vô nghiệm:

A.  $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2$

B.  $3\sin x - 4\cos x = 5$

C.  $\sin x = \frac{\pi}{3}$

D.  $\sqrt{3}\sin x - \cos x = -3$

**Câu 138:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai

A.  $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi + \alpha + k2\pi \end{cases}$

B.  $\tan 2x = \tan 2\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\frac{\pi}{2}$

C.  $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$

D.  $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}$

**Câu 139:** Phương trình  $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2\sin x \cdot \cos 2x$  tương đương với phương trình

A.  $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$

B.  $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

**Câu 140:** Giải phương trình  $\frac{\cos x(1-2\sin x)}{2\cos^2 x - \sin x - 1} = \sqrt{3}$ .

A.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

B.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

**Câu 141:** Số nghiệm của phương trình  $\frac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)} = \sqrt{3}$  trong khoảng  $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}\right)$  là

A. 2

B. 3

C. 1.

D. 4

12. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác đối xứng với tan và cot.

13. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác có dạng  $\sin^{2n}$  và  $\cos^{2n}$ .

**Câu 142:** Phương trình  $2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\sin 2x - 4\sin^2 x = -4$  có tập nghiệm là?

A.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

B. 
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

C.  $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

D. 
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

14. **Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng công thức hạ bậc.**

**Câu 143:** Phương trình  $\cos 4x + 2 \sin 6x = 2\sqrt{3} \sin 3x \cdot \cos x + \cos 2x$  tương đương với

A. 
$$\begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \cos 3x \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin x + \sqrt{3} \cos x = -2 \cos 3x \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin x + \sqrt{3} \cos x = 4 \cos 3x \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin x + \sqrt{3} \cos x = -4 \cos 3x \end{cases}$$

15. **Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng cung hơn kém.**

16. **Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình lượng giác sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ).**

17. **Mối quan hệ giữa nghiệm và một số phương trình lượng giác qua các kì thi ĐH.**

18. **Câu hỏi khác.**

**Câu 144:** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\cos 3a + \cos 2a + \cos a}{\sin 3a + \sin 2a + \sin a}$  ta được:

A.  $\cot 2a$

B.  $\tan a$

C.  $\tan 2a$

D.  $\cot a$

C.  $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

D.  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

**Câu 145:** Cho  $\cot \alpha = 2$ . Giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$  là

A. -1

B. 1

C. 3

D. -3

**Câu 146:** Trong những khẳng định sau, những khẳng định nào sai

A.  $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$

B.  $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \cos \frac{a-b}{2}$

C.  $\cos a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$

D.  $1 - \sin x = 2 \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$

**Câu 147:** Cho  $\alpha \in \left( \frac{\pi}{2}; \pi \right); \sin \alpha = \frac{1}{3}$ . Giá trị biểu thức  $P = \sin \alpha + \cos \alpha + 1$  là

A.  $\frac{4+2\sqrt{2}}{3}$

B.  $\frac{12+2\sqrt{2}}{9}$

C.  $\frac{12-2\sqrt{2}}{9}$

D.  $\frac{4-2\sqrt{2}}{3}$

**Câu 148:** Cho  $\alpha \in \left( -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right)$ . Trong những khẳng định sau, khẳng định nào đúng

A.  $\cos \left( \alpha + \frac{\pi}{3} \right) > 0$

B.  $\tan \left( \alpha + \frac{\pi}{3} \right) > 0$

C.  $\sin \left( \alpha + \frac{\pi}{3} \right) > 0$

D.  $\cot \left( \alpha + \frac{\pi}{3} \right) > 0$ .