

- Câu 70:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x + \cos x + 2$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng
- A. $\frac{25}{4}$. B. 4. C. $\frac{17}{4}$. D. $\frac{9}{4}$.
- Câu 71:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin x \cdot \cos x + 2$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng
- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{49}{8}$. C. 5. D. $\frac{41}{8}$.
- Câu 72:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin x \cdot \cos x + 2$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M + m$ bằng
- A. 3. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.
- Câu 73:** Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x + \sin x + 2$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ lần lượt là M, m . Khi đó giá trị $M \cdot m - M$ bằng
- A. 14. B. 2. C. 4. D. 12.

5. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ và ứng dụng

5.1. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.

- Câu 74:** Nghiệm phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ là:
- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 75:** Phương trình $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?
- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.
- Câu 76:** Số nghiệm phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$ với $x \in [0; \pi]$ là:
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 77:** Nghiệm phương trình $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2 \sin x$ là:
- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
- Câu 78:** Nghiệm phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ là:
- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 79: Nghiệm phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k2\pi$; $x = \beta + k2\pi$, $(-\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2})$. Khi đó $\alpha \cdot \beta$ là:

A. $-\frac{\pi^2}{12}$.

B. $-\frac{5\pi^2}{144}$.

C. $\frac{5\pi^2}{144}$.

D. $\frac{\pi^2}{12}$.

Câu 80: Nghiệm phương trình $\cos(\frac{\pi}{2} + 2x) - \sqrt{3} \cos(\pi - 2x) = 1$ là:

A.
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 81: Nghiệm phương trình $\cos 2x + \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 2x)$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C. $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 82: Nghiệm phương trình $2(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \cos x = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

5.2. Tìm đk của tham số để phương trình có nghiệm.

Câu 83: Với giá trị nào của m thì phương trình: $\sin x + m \cos x = \sqrt{5}$ có nghiệm:

A. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$.

B. $-2 \leq m \leq 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

Câu 84: Với giá trị nào của m thì phương trình: $m \sin 2x + (m + 1) \cos 2x + 2m - 1 = 0$ có nghiệm:

A. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

B. $0 \leq m \leq 3$.

C. $0 < m < 3$.

D. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 85: Giá trị của m để phương trình: $m \sin x + (m - 1) \cos x = 2m + 1$ có nghiệm là $-\alpha \leq m \leq \beta$. Khi đó tổng $\alpha + \beta$ bằng:

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 8.

Câu 86: Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m+2)\sin 2x + m\cos^2 x = m-2 + m\sin^2 x$ có nghiệm:

- A. $-8 < m < 0$. B. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -8 \end{cases}$. C. $-8 \leq m \leq 0$. D. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -8 \end{cases}$.

5.3. Ứng dụng điều kiện có nghiệm của pt vào tìm GTNN, GTLN.

Câu 87: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x + 1$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M+m$ bằng

- A. $2+\sqrt{3}$. B. -3 . C. 2 . D. 4 .

Câu 88: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ lần lượt là M, m . Khi đó tích $M.m$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 0 . C. -1 . D. -2 .

Câu 89: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (\sin x - \cos x)^2 + 2\cos 2x + 3\sin x \cos x$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M+m$ bằng

- A. 2 . B. $\sqrt{17}$. C. $-\frac{13}{4}$. D. $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

Câu 90: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\sin x + \cos x + 3}{-\sin x + 2\cos x + 4}$ lần lượt là M, m . Khi đó tổng $M+m$ bằng

- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{24}{11}$. D. $\frac{20}{11}$.

6. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc hai

6.1. Dạng phương trình $a\sin^2 x + b\sin x \cos x + c\cos^2 x = 0$.

Câu 91: Nghiệm phương trình $\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-3) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan 3 + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 92: Nghiệm phương trình $3\sin^2 x - \sin x \cos x - 4\cos^2 x = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{4}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(-\frac{4}{3}\right) + k\pi \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) + k\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$.

Câu 93: Nghiệm phương trình $4\sin^2 x - 5\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{4}\right) + k\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{4}\right) + k2\pi \end{cases}$.
- C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 94: Nghiệm phương trình $-4\sin^2 x + 6\sqrt{3}\sin x \cos x - 6\cos^2 x = 0$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k\pi \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k2\pi \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + k2\pi \end{cases}$$

Câu 95: Phương trình $2\sin^2 x + 3\cos^2 x = 5\sin x \cos x$ có 2 họ nghiệm có dạng $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$); a, b nguyên dương, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó $a + b$ bằng?

A. 11.

B. 7.

C. 5.

D. 4.

Câu 96: Nghiệm phương trình $6\sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$ là:

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) + k\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) + k2\pi \end{cases}$$

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi.$

Câu 97: Phương trình $4\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin 2x - 2\cos^2 x = 4$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Câu 98: Nghiệm phương trình $(\sqrt{3}+1)\sin^2 x - 2\sin x \cos x - (\sqrt{3}-1)\cos^2 x = 1$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 99: Phương trình $\sqrt{3}\cos^2 x + 2\sin x \cos x - \sqrt{3}\sin^2 x = 1$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k\pi$, $x = \beta + k\pi$. Khi đó $\alpha + \beta$ là:

A. $\frac{\pi}{6}.$

B. $\frac{\pi}{3}.$

C. $\frac{\pi}{12}.$

D. $-\frac{\pi}{2}.$

Câu 100: Nghiệm phương trình $4\sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4\sin(x + \pi)\cos x + 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos(x + \pi) = 1$ là:

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k\pi \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi.$

7. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đẳng cấp bậc ba.

Câu 101: Nghiệm phương trình $2\sin^3 x + 4\cos^3 x = 3\sin x$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-2) + k\pi \end{cases}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-2) + k2\pi \end{cases}$.

Câu 102: Nghiệm phương trình $4\cos^3 x + 2\sin^3 x - 3\sin x = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 103: Phương trình $\cos^3 x - 4\sin^3 x - 3\cos x \sin^2 x + \sin x = 0$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

A. 6.

B. 4.

C. 8. **D.** 2.

Câu 104: Nghiệm phương trình $2\cos^3 x = \sin 3x$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-2) + k2\pi \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-2) + k\pi \end{cases}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Câu 105: Nghiệm phương trình $\sin^3 x - \sqrt{3}\cos^3 x = \sin x \cdot \cos^2 x - \sqrt{3}\sin^2 x \cdot \cos x$ là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 106: Số nghiệm phương trình $2\cos^3 x = \sin x$ với $x \in [0; 2\pi]$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 2. **D.** 0.

8. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình đối xứng.

Câu 107: Nghiệm phương trình $2 + \sin 2x + 2(\sin x + \cos x) = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 108: Nghiệm phương trình $\cos x + \sin x + \cos x \cdot \sin x = 1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.