

**Hướng dẫn: Chọn đáp án D**

Vì hai dao động vuông pha nên biên độ dao động tổng hợp:  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

$$\text{Cơ năng dao động của vật: } E = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \Rightarrow m = \frac{2E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$$

Chú ý: 1) Lực kéo về cực đại:  $F_{\max} = kA = m\omega^2 A$

2) Lực đàn hồi cực đại:  $F_{dh\max} = k|\Delta l_0 + A|$

Trong đó,  $\Delta l_0$  là độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng: 
$$\begin{cases} \Delta l_0 = \frac{mg}{k} \\ \Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} \end{cases}$$

**Ví dụ 13:** Con lắc lò xo gồm vật nhỏ nặng 1 kg thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà theo phương ngang, theo các phương trình:  $x_1 = 5 \cos \pi t (cm)$  và  $x_2 = 5 \sin \pi t (cm)$  (Gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng, t đo bằng giây, lấy  $\pi^2 = 10$ ). Lực cực đại mà lò xo tác dụng lên vật là

A.  $50\sqrt{2}N$

B.  $0,5\sqrt{2}N$

C.  $25\sqrt{2}N$

D.  $0,25\sqrt{2}N$

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

$$\begin{cases} x_1 = 5 \cos \pi t \\ x_2 = 5 \sin \pi t = 5 \cos \left( \pi t - \frac{\pi}{2} \right) \\ k = m\omega^2 = 10 (N/m) \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 0,05\sqrt{2} (m)$$

$$\Rightarrow F_{\max} = k(\Delta l_0 + A) = 10(0 + 0,05\sqrt{2}) = 0,5\sqrt{2} (N)$$

**Ví dụ 14:** Con lắc lò xo gồm vật nhỏ nặng 1 kg thực hiện đồng thời hai dao động điều hoà theo phương thẳng đứng, theo các phương trình:  $x_1 = 5\sqrt{2} \cos 10t (cm)$  và  $x_2 = 5\sqrt{2} \sin 10t (cm)$  (Gốc tọa độ trùng với vị trí cân bằng, t đo bằng giây và lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). Lực cực đại mà lò xo tác dụng lên vật là

A. 10 N.

B. 20 N.

C. 25 N.

D. 0,25 N.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

$$\begin{cases} x_1 = 5\sqrt{2} \cos 10t \\ x_2 = 5\sqrt{2} \sin 10t = 5\sqrt{2} \cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) \\ k = m\omega^2 = 100(N/m) \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg}{k} = 0,1(m) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 10(cm) = 0,1(m) \\ F_{\max} = k(\Delta l_0 + A) = 100(0,1 + 0,1) = 20(N) \end{cases}$$

Chú ý: Giả sử ở thời điểm nào đó  $x = \frac{A}{n}$  và đang tăng (giảm) để tính giá trị  $x_1$  và  $x_2$  có thể:

Dùng phương pháp vector quay; Giải phương trình lượng giác.

**Ví dụ 15:** Hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình  $x_1 = 6 \cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)(cm)$  và  $x_2 = 6 \cos\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)(cm)$ . Tại thời điểm li độ dao động tổng hợp là 3 cm và đang tăng thì li độ của dao động thứ hai là bao nhiêu?

- A. 10 cm.      B. 9 cm.      C. 6 cm.      D. -3 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án C**

Phương trình dao động tổng hợp:  $x = x_1 + x_2 = 6\cos\frac{\pi}{6} + 6\cos\frac{5\pi}{6} = 6\cos\frac{\pi}{2}$   
 $= 6\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)(cm)$ .

Vì  $x = 3$  và đang tăng nên pha dao động bằng (ở nửa dưới vòng tròn)  $10t + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow 10t = -\frac{5\pi}{6}$

$$\Rightarrow x_2 = 6 \cos\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) = 6 \cos\left(-\frac{5\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}\right) = 6(cm)$$

**Chú ý:**

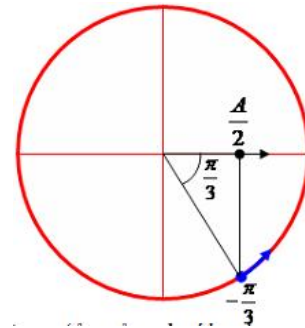
1) Hai thời điểm cùng pha cách nhau một khoảng thời gian  $kT$

$$t_2 - t_1 = kT \Rightarrow \Delta\varphi = k2\pi \Rightarrow x_{t_1} = x_{t_2}$$

2) Hai thời điểm ngược pha nhau cách nhau một khoảng  $(2k+1)\frac{T}{2}$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = (2k+1)\pi \Rightarrow x_{t_1} = -x_{t_2}$$

3) Hai thời điểm vuông pha nhau cách nhau một khoảng  $(2k+1)\frac{T}{4}$



$$t_2 - t_1 = (2k+1)\frac{T}{4} \Rightarrow \Delta j = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow A = \sqrt{x_{t1}^2 + x_{t2}^2}$$

**Ví dụ 16:** Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng pha cùng tần số có phương

trình lần lượt là  $x_1 = A_1 \cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)(cm)$ ,  $x_2 = A_2 \cos(2\pi t)(cm)$ ,

$x_3 = A_3 \cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)(cm)$ . Tại thời điểm  $t_1$  các giá trị li độ  $x_1(t_1) = -10cm$ ,  $x_2(t_1) = 40cm$ ,

$x_3(t_1) = -20cm$ . Thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$  các giá trị li độ  $x_1(t_2) = -10\sqrt{3}cm$ ,  $x_2(t_2) = 0cm$ ,

$x_3(t_2) = 20\sqrt{3}cm$ . Tìm phương trình của dao động tổng hợp?

A.  $x = 30 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

B.  $x = 20 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$

C.  $x = 40 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

D.  $x = 20\sqrt{2} \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án B

Hai thời điểm  $t_2$  và  $t_1$  vuông pha nên biên độ tính theo công thức:

$$A = \sqrt{x_{t1}^2 + x_{t2}^2}$$

Với  $A_1 = \sqrt{x_{1(t1)}^2 + x_{1(t2)}^2} = 20(cm)$ ;  $A_2 = \sqrt{x_{2(t1)}^2 + x_{2(t2)}^2} = 40(cm)$

$$A_3 = \sqrt{x_{3(t1)}^2 + x_{3(t2)}^2} = 40(cm)$$

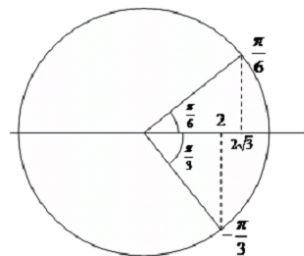
Tổng hợp theo phương pháp cộng số phức:

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 + A_3 \angle \varphi_3$$

$$20 \angle \frac{2\pi}{3} + 40 + 40 \angle \frac{-2\pi}{3} = 20 \angle \frac{-\pi}{3} \Rightarrow x = 20 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$$

*Chú ý: Nếu bài toán cho biết trạng thái của hai dao động thành phần ở cùng một thời điểm nào đó, yêu cầu tìm trạng thái của dao động tổng hợp thì có thể làm theo hai cách (vòng tròn lượng giác và giải phương trình lượng giác).*

**Ví dụ 17:** Hai dao động điều hòa (1) và (2) cùng phương, cùng tần số và cùng biên độ 4 cm. Tại một thời điểm nào đó, dao động (1) có li độ  $2\sqrt{3}cm$ , đang chuyển động ngược chiều dương, còn dao động (2) có li độ 2 cm theo chiều dương. Lúc đó, dao động tổng hợp của hai dao động trên có li độ bao nhiêu và đang chuyển động theo chiều nào?



- A.  $x = 8$  và chuyển động ngược chiều dương.
- B.  $x = 5,46$  và chuyển động ngược chiều dương.
- C.  $x = 5,46$  và chuyển động theo chiều dương.
- D.  $x = 8$  và chuyển động theo chiều dương.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

Cách 1: Chọn thời điểm khảo sát là thời điểm ban đầu  $t = 0$  thì phương trình dao động của các

chất điểm lần lượt là: 
$$\begin{cases} x_1 = 4 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \\ x_2 = 4 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Phương trình dao động tổng hợp (bằng phương pháp cộng các hàm lượng giác):

$$x = x_1 + x_2 = 4 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) + 4 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$x = 2 \cdot 4 \cdot \cos\frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right)$$

$$x = 4\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right) (cm).$$

Tại thời điểm ban đầu li độ tổng hợp  $x_0 = x_{01} + x_{02} = 2\sqrt{3} + 2 \approx 5,46 (cm)$ .

Pha ban đầu của dao động tổng hợp  $-\frac{\pi}{12}$  thuộc góc phần tư thứ IV nên vật đang chuyển động theo chiều dương.

**Cách 2:**

Li độ tổng hợp:  $x = x_1 + x_2 = 2\sqrt{3} + 2 \approx 5,46 cm$

Véc tơ tổng hợp  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  nằm ở góc phần tư thứ IV nên hình chiếu chuyển động theo chiều dương.