

Lời giải

Chọn C

$$\tan^2 15^\circ = \frac{1}{\cos^2 15^\circ} - 1 = \frac{4}{2 + \sqrt{3}} - 1 = (2 - \sqrt{3})^2 \Rightarrow \tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}.$$

Câu 33. Biểu thức $A = \frac{\sin 515^\circ \cdot \cos(-475^\circ) + \cot 222^\circ \cdot \cot 408^\circ}{\cot 415^\circ \cdot \cot(-505^\circ) + \tan 197^\circ \cdot \tan 73^\circ}$ có kết quả rút gọn bằng

- A. $\frac{1}{2} \sin^2 25^\circ$. B. $\frac{1}{2} \cos^2 55^\circ$. C. $\frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$. D. $\frac{1}{2} \sin^2 65^\circ$.

Lời giải

Chọn C.

$$A = \frac{\sin 155^\circ \cdot \cos 115^\circ + \cot 42^\circ \cdot \cot 48^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \cot(-145^\circ) + \tan 17^\circ \cdot \cot 17^\circ} \Leftrightarrow A = \frac{\sin 25^\circ \cdot (-\sin 25^\circ) + \cot 42^\circ \cdot \tan 42^\circ}{\cot 55^\circ \cdot \tan 55^\circ + 1}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{-\sin^2 25^\circ + 1}{2} \Leftrightarrow A = \frac{\cos^2 25^\circ}{2}.$$

Câu 34. Đơn giản biểu thức $A = \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ ta có

- A. $A = \cos x + \sin x$. B. $A = \cos x - \sin x$. C. $A = \sin x - \cos x$. D. $A = -\sin x - \cos x$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x} = \frac{2 \cos^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin x + \cos x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} \\ &= \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\sin x + \cos x} = \cos x - \sin x \end{aligned}$$

Như vậy, $A = \cos x - \sin x$.

Câu 35. Biết $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Trong các kết quả sau, kết quả nào sai ?

- A. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{4}$. B. $\sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.
C. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{7}{8}$. D. $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 - 2 \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{6}{4} \Rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - 2 \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\frac{7}{8}}{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = 14$$

Như vậy, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 12$ là kết quả sai.

Câu 36. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$.

- A. $A = -1$. B. $A = 1$. C. $A = 4$. D. $A = -4$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3 + 3\sin^2 x \cos^2 x \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + 3\sin^2 x \cos^2 x = 1. \end{aligned}$$

Câu 37. Biểu thức $A = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x}$ không phụ thuộc vào x và bằng

- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 x \cos^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{1}{4 \tan^2 x} \cdot \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2 \\ &= \frac{(1 - \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} - \frac{(1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{(1 - \tan^2 x)^2 - (1 + \tan^2 x)^2}{4 \tan^2 x} = \frac{-4 \tan^2 x}{4 \tan^2 x} = -1. \end{aligned}$$

Câu 38. Biểu thức $B = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y$ không phụ thuộc vào x, y và bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } B &= \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} - \cot^2 x \cdot \cot^2 y = \frac{\cos^2 x - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} - \frac{\cos^2 x \cdot \cos^2 y}{\sin^2 x \cdot \sin^2 y} \\ &= \frac{\cos^2 x (1 - \cos^2 y) - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\cos^2 x \sin^2 y - \sin^2 y}{\sin^2 x \sin^2 y} = \frac{\sin^2 y (\cos^2 x - 1)}{(1 - \cos^2 x) \sin^2 y} = -1. \end{aligned}$$

Câu 39. Biểu thức $C = 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x)$ có giá trị không đổi và bằng

- A. 2. B. -2. C. 1. D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C &= 2(\sin^4 x + \cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x)^2 - (\sin^8 x + \cos^8 x) \\ &= 2\left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[(\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x\right] \\ &= 2\left[1 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2\left[1 - \sin^2 x \cos^2 x\right]^2 - \left[1 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right]^2 + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 2(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x \cos^4 x) - (1 - 4\sin^2 x \cos^2 x + 4\sin^4 x \cos^4 x) + 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 1 \end{aligned}$$

Câu 40. Hệ thức nào sai trong bốn hệ thức sau:

- A. $\frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \cdot \tan y$. B. $\left(\sqrt{\frac{1 + \sin a}{1 - \sin a}} - \sqrt{\frac{1 - \sin a}{1 + \sin a}}\right)^2 = 4 \tan^2 a$.
- C. $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha}$. D. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1}$.

Lời giải

Chọn D

A đúng vì $VT = \frac{\tan x + \tan y}{\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\tan y}} = \tan x \cdot \tan y = VP$

B đúng vì

$$VT = \frac{1 + \sin a}{1 - \sin a} + \frac{1 - \sin a}{1 + \sin a} - 2 = \frac{(1 + \sin a)^2 + (1 - \sin a)^2}{1 - \sin^2 a} - 2 = \frac{2 + 2\sin^2 a}{\cos^2 a} - 2 = 4 \tan^2 a = VP$$

C đúng vì $VT = \frac{-\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1 + \cot^2 \alpha}{1 - \cot^2 \alpha} = VP.$

Câu 41. Nếu biết $3 \sin^4 x + 2 \cos^4 x = \frac{98}{81}$ thì giá trị biểu thức $A = 2 \sin^4 x + 3 \cos^4 x$ bằng

A. $\frac{101}{81}$ hay $\frac{601}{504}$. B. $\frac{103}{81}$ hay $\frac{603}{405}$. C. $\frac{105}{81}$ hay $\frac{605}{504}$. D. $\frac{107}{81}$ hay $\frac{607}{405}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{98}{81} - A \Leftrightarrow \cos 2x = A - \frac{98}{81}$

$$5(\sin^4 x + \cos^4 x) = \frac{98}{81} + A \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{1}{5} \left(\frac{98}{81} + A \right) \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 2x = \frac{1}{5} \left(\frac{98}{81} + A \right)$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(A - \frac{98}{81} \right)^2 = \frac{2}{5} \left(A + \frac{98}{81} \right) = \frac{2}{5} \left(A - \frac{98}{81} \right) + \frac{392}{405}$$

Đặt $A - \frac{98}{81} = t \Rightarrow t^2 - \frac{2}{5}t + \frac{13}{405} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{13}{45} \\ t = \frac{1}{9} \end{cases}$

+) $t = \frac{13}{45} \Rightarrow A = \frac{607}{405}$

+) $t = \frac{1}{9} \Rightarrow A = \frac{107}{81}$.

Câu 42. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $3 \sin x + 2 \cos x$ bằng

A. $\frac{5 - \sqrt{7}}{4}$ hay $\frac{5 + \sqrt{7}}{4}$. B. $\frac{5 - \sqrt{5}}{7}$ hay $\frac{5 + \sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$ hay $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{3 - \sqrt{2}}{5}$ hay $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = -\frac{3}{4} \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = -\frac{3}{8}$$

Khi đó $\sin x, \cos x$ là nghiệm của phương trình $X^2 - \frac{1}{2}X - \frac{3}{8} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4} \end{cases}$

Ta có $\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sin x + \cos x) = 1$

+) Với $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} \Rightarrow 3 \sin x + 2 \cos x = \frac{5 + \sqrt{7}}{4}$