

➤ DẠNG TOÁN 2: SỬ DỤNG BIỂU ĐỒ VEN ĐỂ GIẢI TOÁN .

1. Phương pháp giải.

- Chuyên bài toán về ngôn ngữ tập hợp
- Sử dụng biểu đồ ven để minh họa các tập hợp
- Dựa vào biểu đồ ven ta thiết lập được đẳng thức (hoặc phương trình hệ phương trình) từ đó tìm được kết quả bài toán

Trong dạng toán này ta kí hiệu  $n(X)$  là số phần tử của tập  $X$ .

1. Các ví dụ minh họa.

**Ví dụ 1:** Mỗi học sinh của lớp 10A<sub>1</sub> đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng có 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông, 15 em biết chơi cả hai. Hỏi lớp 10A<sub>1</sub> có bao nhiêu em chỉ biết đá cầu? bao nhiêu em chỉ biết đánh cầu lông? Sĩ số lớp là bao nhiêu?

**Lời giải**

Dựa vào biểu đồ ven ta suy ra số học sinh chỉ biết đá cầu là  $25 - 15 = 10$

Số học sinh chỉ biết đánh cầu lông là  $30 - 15 = 15$

Do đó ta có sĩ số học sinh của lớp 10A<sub>1</sub> là  $10 + 15 + 15 = 40$

Trong số 220 học sinh khối 10 có 163 bạn biết chơi bóng chuyền, 175 bạn biết chơi bóng bàn còn 24 bạn không biết chơi môn bóng nào cả. Tìm số học sinh biết chơi cả 2 môn bóng.

**Ví dụ 2:** Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

**Lời giải**

Gọi  $a, b, c$  theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán;

$x$  là số học sinh chỉ thích hai môn là văn và toán

$y$  là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và toán

$z$  là số học sinh chỉ thích hai môn là văn và Sử

Ta có số em thích ít nhất một môn là  $45 - 6 = 39$

Dựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25 & (1) \\ b + y + z + 5 = 18 & (2) \\ c + x + y + 5 = 20 & (3) \\ x + y + z + a + b + c + 5 = 39 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta có

$$a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63 \quad (5)$$

Từ (4) và (5) ta có

$$a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63$$

$$\Leftrightarrow a + b + c = 20$$

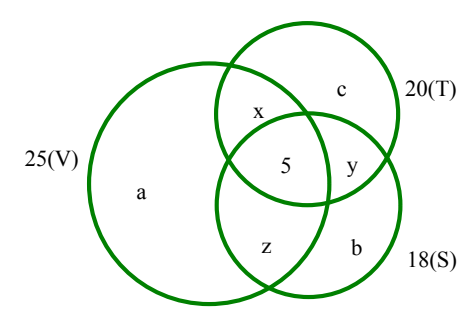
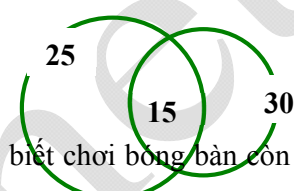
Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

**Ví dụ 3:** Trong lớp 10C<sub>1</sub> có 16 học sinh giỏi môn Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 9 học sinh vừa giỏi Toán và Lý, 6 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa, 8 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán, trong đó chỉ có 11 học sinh giỏi đúng hai môn.

Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp

- Giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa
- Giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc hóa.

**Lời giải**



Gọi  $T, L, H$  lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.

$B$  là tập hợp học sinh giỏi đúng hai môn.

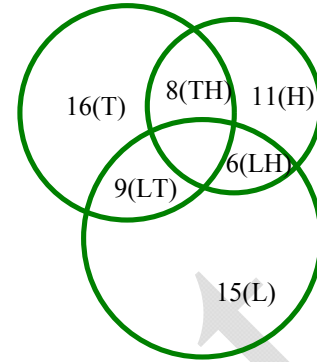
Theo giả thiết ta có  $n(T) = 16, n(L) = 15, n(H) = 11, n(B) = 11$

$n(T \cap L) = 9, n(L \cap H) = 6, n(H \cap T) = 8$  và

a) Xét tổng  $n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T)$  thì mỗi phần tử của tập hợp  $T \cap L \cap H$  được tính ba lần do đó ta có

$$n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T) - 3n(T \cap L \cap H) = n(B)$$

Hay



$n(T \cap L \cap H) = \frac{1}{3} [n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T) - n(B)] = 4$  Suy ra có 4 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

b) Xét  $n(T \cap L) + n(L \cap T)$  thì mỗi phần tử của tập hợp  $T \cap L \cap H$  được tính hai lần do đó số học sinh chỉ giỏi đúng môn toán là

$$n(T) - [n(T \cap L) + n(H \cap T) - n(T \cap L \cap H)] = 16 - (9 + 8 - 4) = 3$$

Tương tự ta có

Số học sinh chỉ giỏi đúng môn Lý

$$n(L) - [n(T \cap L) + n(L \cap H) - n(T \cap L \cap H)] = 15 - (9 + 6 - 4) = 4$$

Số học sinh chỉ giỏi đúng môn Hóa

$$n(H) - [n(H \cap T) + n(L \cap H) - n(T \cap L \cap H)] = 11 - (8 + 6 - 4) = 1$$

Suy ra số học sinh giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc hóa là  $3 + 4 + 1 = 8$ .

**Ví dụ 4.** Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 6 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày;

Số ngày mưa và lạnh : 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 3 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày.

Vậy có bao nhiêu ngày thời tiết xấu (Có gió, mưa hay lạnh)?

**Lời giải**

Ký hiệu  $A$  là tập hợp những ngày mưa,  $B$  là tập hợp những ngày có gió,  $C$  là tập hợp những ngày lạnh.

Theo giả thiết ta có:  $n(A) = 10, n(B) = 8, n(C) = 6,$

$$n(A \cap B) = 5, n(A \cap C) = 4, n(B \cap C) = 3, n(A \cap B \cap C) = 1.$$

Để tìm số ngày thời tiết xấu ta sử dụng biểu đồ Ven (hình vẽ). Ta cần tính  $n(A \cup B \cup C)$ .

Xét tổng  $n(A) + n(B) + n(C)$ : trong tổng này, mỗi phần tử của A giao B, B giao C, C giao A được tính làm hai lần nên trong tổng  $n(A) + n(B) + n(C)$  ta phải trừ đi tổng  $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$ .

Trong tổng  $n(A) + n(B) + n(C)$  được tính  $n(A \cap B \cap C)$  3 lần, trong  $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)$

cũng được tính  $n(A \cap B \cap C)$  3 lần. Vì vậy

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 10 + 8 + 6 - (5 + 4 + 3) + 1 = 13 \end{aligned}$$

Vậy số ngày thời tiết xấu là 13 ngày.

**Nhận xét:** Với  $A, B, C$  là các tập bất kì khi đó ta luôn có

- $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
- $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

## 2. Bài tập luyện tập.

**Bài 1.33:** Một nhóm học sinh giỏi các bộ môn: Anh, Toán, Văn. Có 8 em giỏi Văn, 10 em giỏi Anh, 12 em giỏi Toán, 3 em giỏi Văn và Toán, 4 em giỏi Toán và Anh, 5 em giỏi Văn và Anh, 2 em giỏi cả ba môn. Hỏi nhóm đó có bao nhiêu em?

**Bài 1.34:** Có 40 học sinh giỏi, mỗi em giỏi ít nhất một môn. Có 22 em giỏi Văn, 25 em giỏi Toán, 20 em giỏi Anh. Có 8 em giỏi đúng hai môn Văn, Toán; Có 7 em giỏi đúng hai môn Toán, Anh; Có 6 em giỏi đúng hai môn Anh, Văn. Hỏi: Có bao nhiêu em giỏi cả ba môn Văn, Toán, Anh?

**Bài 1.35:** Trong Kỳ thi tốt nghiệp phổ thông, ở một trường kết quả số thí sinh đạt danh hiệu xuất sắc như sau: Về môn Toán: 48 thí sinh; Về môn Vật lý: 37 thí sinh; Về môn Văn: 42 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Vật lý: 75 thí sinh; Về môn Toán hoặc môn Văn: 76 thí sinh; Về môn Vật lý hoặc môn Văn: 66 thí sinh; Về cả 3 môn: 4 thí sinh. Vậy có bao nhiêu học sinh nhận được danh hiệu xuất sắc về:

- Một môn?
- Hai môn?
- ít nhất một môn?

