

➤ DẠNG TOÁN 2: XÉT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI.

1. Phương pháp giải

Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ ta thực hiện các bước như sau:

- Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- Xác định trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$ và hướng bề lõm của parabol.
- Xác định một số điểm cụ thể của parabol (chẳng hạn, giao điểm của parabol với các trục tọa độ và các điểm đối xứng với chúng qua trục trục đối xứng).
- Căn cứ vào tính đối xứng, bề lõm và hình dáng parabol để vẽ parabol.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau

a) $y = x^2 + 3x + 2$

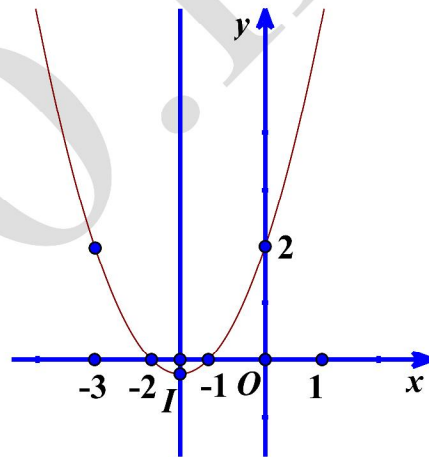
b) $y = -x^2 + 2\sqrt{2}x$

Lời giải

a) Ta có $-\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$, $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$y = x^2 + 3x + 2$	$+\infty$		$+\infty$
		$-\frac{1}{4}$	



Suy ra đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + 2$ có đỉnh là

$I\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$, đi qua các điểm $A(-2; 0)$, $B(-1; 0)$, $C(0; 2)$, $D(-3; 2)$

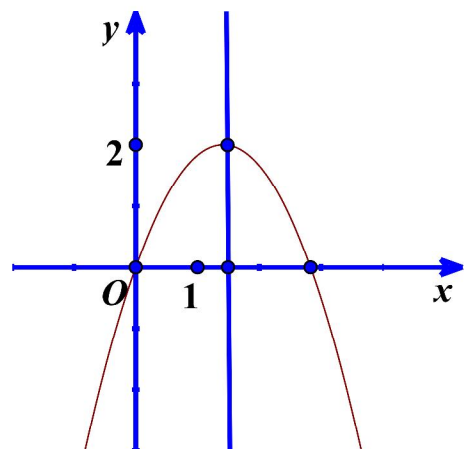
Nhận đường thẳng $x = -\frac{3}{2}$ làm trục đối xứng và hướng bề lõm

lên trên

b) Ta có $-\frac{b}{2a} = \sqrt{2}$, $-\frac{\Delta}{4a} = 2$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$y = -x^2 + 2\sqrt{2}x$		2	
	$-\infty$		$-\infty$



Suy ra đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2\sqrt{2}x$ có đỉnh là $I \sqrt{2}; 2$, đi qua các điểm $O 0; 0$, $B 2\sqrt{2}; 0$

Nhận đường thẳng $x = \sqrt{2}$ làm trục đối xứng và hướng bề lõm xuống dưới

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 8$

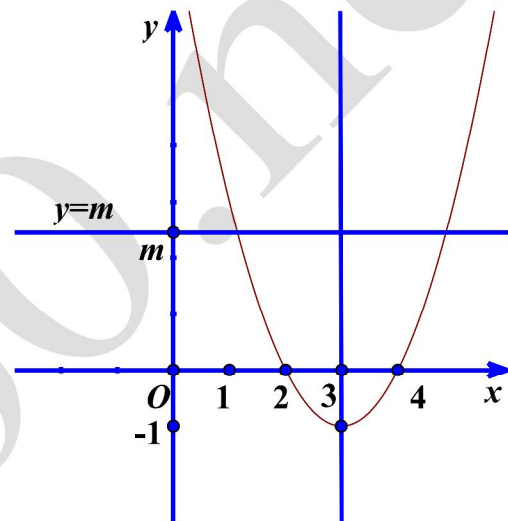
- Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số trên
- Sử dụng đồ thị để biện luận theo tham số m số điểm chung của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số trên
- Sử dụng đồ thị, hãy nêu các khoảng trên đó hàm số chỉ nhận giá trị dương
- Sử dụng đồ thị, hãy tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 5]$

Lời giải

a) Ta có $-\frac{b}{2a} = 3$, $-\frac{\Delta}{4a} = -1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$y = x^2 - 6x + 8$	$+\infty$		$+\infty$
	\swarrow -1 \searrow		



Suy ra đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + 2$ có đỉnh là

$I 3; -1$, đi qua các điểm $A 2; 0$, $B 4; 0$

Nhận đường thẳng $x = 3$ làm trục đối xứng và hướng bề lõm lên trên

b) Đường thẳng $y = m$ song song hoặc trùng với trục hoành do đó dựa vào đồ thị ta có

Với $m < -1$ đường thẳng $y = m$ và parabol $y = x^2 - 6x + 8$ không cắt nhau

Với $m = -1$ đường thẳng $y = m$ và parabol $y = x^2 - 6x + 8$ cắt nhau tại một điểm (tiếp xúc)

Với $m > -1$ đường thẳng $y = m$ và parabol $y = x^2 - 6x + 8$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt

c) Hàm số nhận giá trị dương ứng với phần đồ thị nằm hoàn toàn trên trục hoành

Do đó hàm số chỉ nhận giá trị dương khi và chỉ khi $x \in -\infty; 2 \cup 4; +\infty$.

d) Ta có $y_{-1} = 15$, $y_5 = 13$, $y_3 = -1$, kết hợp với đồ thị hàm số suy ra

$\max_{[-1; 5]} y = 15$ khi và chỉ khi $x = -1$

$\min_{[-1; 5]} y = -1$ khi và chỉ khi $x = 3$

3. Bài tập luyện tập.

Bài 2.32: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau

a) $y = x^2 - 3x + 2$

b) $y = -2x^2 + 4x$

Bài 2.33: Cho hàm số $y = -x^2 - 2x + 3$

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số trên

b) Tìm m để đồ thị hàm số trên cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm phân biệt

c) Sử dụng đồ thị, hãy nêu các khoảng trên đó hàm số chỉ nhận giá trị âm

d) Sử dụng đồ thị, hãy tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-3; 1]$

hoc360.net