

➤ DẠNG TOÁN 2: ỨNG DỤNG VÀO BÀI TOÁN KINH TẾ.

Vấn đề tìm miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất có liên quan chặt chẽ đến **quy hoạch tuyến tính**. Đó là một ngành toán học có nhiều ứng dụng trong đời sống và kinh tế.

Lưu ý: Ta thừa nhận kết quả sau "Giá trị nhỏ nhất hay lớn nhất của biểu thức $P(x; y) = ax + by (b \neq 0)$ trên miền đa giác lồi (kể cả biên) đạt được tại một đỉnh nào đó của đa giác".

Ví dụ 1: Một công ty kinh doanh thương mại chuẩn bị cho một đợt khuyến mại nhằm thu hút khách hàng bằng cách tiến hành quảng cáo sản phẩm của công ty trên hệ thống phát thanh và truyền hình. Chi phí cho 1 phút quảng cáo trên sóng phát thanh là 800.000 đồng, trên sóng truyền hình là 4.000.000 đồng. Đài phát thanh chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo dài ít nhất là 5 phút. Do nhu cầu quảng cáo trên truyền hình lớn nên đài truyền hình chỉ nhận phát các chương trình dài tối đa là 4 phút. Theo các phân tích, cùng thời lượng một phút quảng cáo, trên truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 6 lần trên sóng phát thanh. Công ty dự định chi tối đa 16.000.000 đồng cho quảng cáo. Công ty cần đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Lời giải

Phân tích bài toán: Gọi thời lượng công ty đặt quảng cáo trên sóng phát thanh là x (phút), trên truyền hình là y (phút). Chi phí cho việc này là: $800.000x + 4.000.000y$ (đồng)

Mức chi này không được phép vượt quá mức chi tối đa, tức:

$$800.000x + 4.000.000y \leq 16.000.000 \text{ hay } x + 5y - 20 \leq 0$$

Do các điều kiện đài phát thanh, truyền hình đưa ra, ta có: $x \geq 5, y \leq 4$.

Đồng thời do x, y là thời lượng nên $x \geq 0, y \geq 0$. Hiệu quả chung của quảng cáo là: $x + 6y$.

Bài toán trở thành: Xác định x, y sao cho:

$$M(x; y) = x + 6y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

$$\text{Với các điều kiện } \begin{cases} x + 5y - 20 \leq 0 \\ x \geq 5 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases} (*)$$

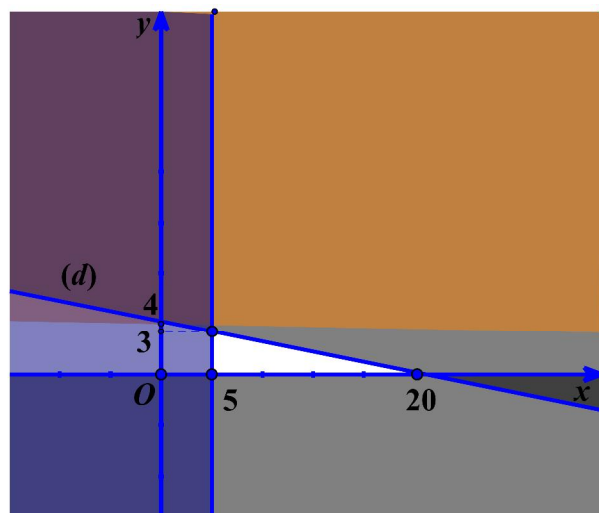
Trước tiên ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình (*)

Trong mặt phẳng tọa độ vẽ các đường thẳng

$$(d): x + 5y - 20 = 0, (d'): x = 5, (d''): y = 4$$

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là phần mặt phẳng (tam giác) không tô màu trên hình vẽ

Giá trị lớn nhất của $M(x; y) = x + 6y$ đạt tại một trong các điểm $(5; 3), (5; 0), (20; 0)$



Ta có $M(5;3) = 23$, $M(5;0) = 5$, $M(20;0) = 20$ suy ra giá trị lớn nhất của $M(x;y)$ bằng 23 tại $(5;3)$ tức là nếu đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh là 5 phút và trên truyền hình là 3 phút thì sẽ đạt hiệu quả nhất.

Ví dụ 2: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 120 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Lời giải

Phân tích bài toán: Gọi x ($x \geq 0$) là số kg loại I cần sản xuất, y ($y \geq 0$) là số kg loại II cần sản xuất.

Suy ra số nguyên liệu cần dùng là $2x + 4y$, thời gian là $30x + 15y$ có mức lời là $40000x + 30000y$

Theo giả thiết bài toán xưởng có 200kg nguyên liệu và 120 giờ làm việc suy ra $2x + 4y \leq 200$ hay $x + 2y - 100 \leq 0$, $30x + 15y \leq 1200$ hay $2x + y - 80 \leq 0$.

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (*)$$
 sao cho

$L(x;y) = 40000x + 30000y$ đạt giá trị lớn nhất.

Trong mặt phẳng tọa độ vẽ các đường thẳng

$(d): x + 2y - 100 = 0$, $(d'): 2x + y - 80 = 0$

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là phần mặt phẳng (tứ giác) không tô màu trên hình vẽ

Giá trị lớn nhất của $L(x;y) = 40000x + 30000y$ đạt tại một

trong các điểm $(0;0)$, $(40;0)$, $(0;50)$, $(20;40)$. Ta có

$L(0;0) = 0$, $L(40;0) = 1600000$,

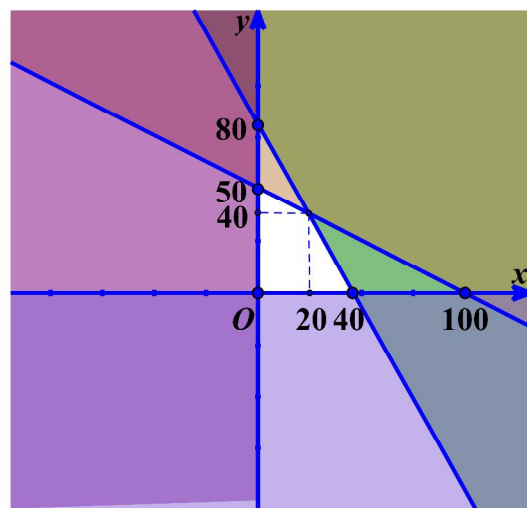
$L(0;50) = 1500000$, $L(20;40) = 2000000$ suy ra giá trị lớn

nhất của $L(x;y)$ là 2000000 khi $(x;y) = (20;40)$.

Vậy cần sản xuất 20 kg sản phẩm loại I và 40 kg sản phẩm loại II để có mức lời lớn nhất.

2. Bài tập luyện tập.

Bài 4.63: Một công ty cần thuê xe vận chuyển 140 người và 9 tấn hàng hóa. Nơi cho thuê xe chỉ có 10 xe hiệu MITSUBISHI và 9 xe hiệu FORD. Một chiếc xe hiệu MITSUBISHI có thể chở 20 người và 0,6 tấn hàng. Một chiếc xe hiệu FORD có thể chở 10 người và 1,5 tấn hàng. Tiền thuê một xe hiệu Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>



MITSUBISHI là 4 triệu đồng, một xe hiệu FORD là 3 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thấp nhất?

Bài 4.64: Nhân dịp tết Trung Thu, Xí nghiệp sản xuất bánh Trăng muốn sản xuất hai loại bánh: Đậu xanh, Bánh dẻo nhân đậu xanh. Để sản xuất hai loại bánh này, Xí nghiệp cần: Đường, Đậu, Bột, Trứng, Mứt, ... Giá sử số đường có thể chuẩn bị được là 300kg, đậu là 200kg, các nguyên liệu khác bao nhiêu cũng có. Sản xuất một cái bánh đậu xanh cần 0,06kg đường, 0,08kg đậu và cho lãi 2 ngàn đồng. Sản xuất một cái bánh dẻo cần 0,07kg đường, 0,04kg đậu và cho lãi 1,8 ngàn đồng.

Cần lập kế hoạch để sản xuất mỗi loại bánh bao nhiêu cái để không bị đọng về đường, đậu và tổng số lãi thu được là lớn nhất (nếu sản xuất bao nhiêu cũng bán hết)?

Bài 4.65: Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B₁, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau: Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B₁, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm. Cách thứ hai cắt được 2 hộp B₁, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B₁ tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?