B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Bài toán 01: CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC VEC TƠ.

Phương pháp:

Sử dụng qui tắc cộng, qui tắc trừ ba điểm, qui tắc trung điểm đoạn thẳng, trọng tâm tam giác, trọng tâm tứ giác, qui tắc hình bình hành, qui tắc hình hộp…để biến đổi vế này thành vế kia.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật . Chứng minh rằng $\overrightarrow{SA}^2+\overrightarrow{SC}^2=\overrightarrow{SB}^2+\overrightarrow{SD}^2$.

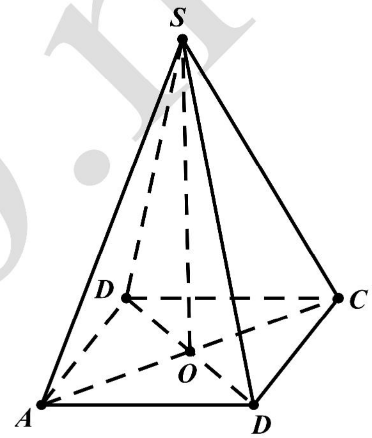
Lời giải.

Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$

Ta có $\left|\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|=\left|\overrightarrow{OD}\right|$.

$\overrightarrow{SA}^2=\left(\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OA}\right)^2=\overrightarrow{SO}^2+\overrightarrow{OA}^2+2\overrightarrow{SO}.\overrightarrow{OA}$ (1)

$\overrightarrow{SC}^2=\left(\overrightarrow{SO}+\overrightarrow{OC}\right)^2=\overrightarrow{SO}^2+\overrightarrow{OC}^2+2\overrightarrow{SO}.\overrightarrow{OC}$ (2)



Từ (1) và (2) suy ra

$\overrightarrow{SA}^2+\overrightarrow{SC}^2=2\overrightarrow{SO}^2+\overrightarrow{OA}^2+\overrightarrow{OC}^2+2\overrightarrow{SO}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\right)$

$=2\overrightarrow{SO}^2+\overrightarrow{OA}^2+\overrightarrow{OC}^2$ (vì $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$).

Tương tự $\overrightarrow{SB}^2+\overrightarrow{SD}^2=2\overrightarrow{SO}^2+\overrightarrow{OB}^2+\overrightarrow{OD}^2$.

Từ đó suy ra $\overrightarrow{SA}^2+\overrightarrow{SC}^2=\overrightarrow{SB}^2+\overrightarrow{SD}^2$.

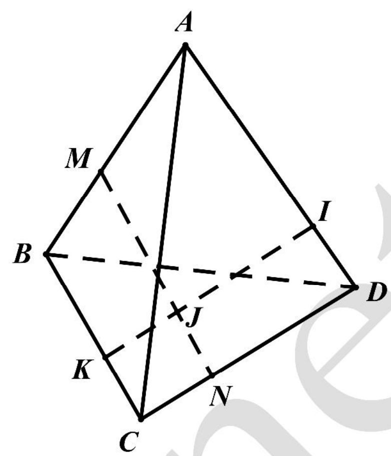
Ví dụ 2. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB và CD sao cho $\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MB},\overrightarrow{ND}=-2\overrightarrow{NC}$; các điểm I,J,K lần lượt thuộc AD,MN,BC sao cho $\overrightarrow{IA}=k\overrightarrow{ID},\overrightarrow{JM}=k\overrightarrow{JN},\overrightarrow{KB}=k\overrightarrow{KC}$.

Chứng minh với mọi điểm O ta có $\overrightarrow{OJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OI}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OK}$.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB}$ nên với điểm O bất kì ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OM} = -2\left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OM}\right)$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \dfrac{\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}}{3}$.



Tương tự ta có :

$\overrightarrow{ON} = \dfrac{\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{OC}}{3}$, $\overrightarrow{OI} = \dfrac{\overrightarrow{OA} - k\overrightarrow{OD}}{1-k}$,

$\overrightarrow{OK} = \dfrac{\overrightarrow{OB} - k\overrightarrow{OC}}{1-k}$, $\overrightarrow{OJ} = \dfrac{\overrightarrow{OM} - k\overrightarrow{ON}}{1-k}$.

Từ đó ta có

$$\overrightarrow{OJ} = \frac{1}{1-k}.\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - k\overrightarrow{OD} - 2k\overrightarrow{OC}\right)$$

$$= \frac{1}{1-k}.\frac{1}{3}[(1-k)\overrightarrow{OI} + 2(1-k)\overrightarrow{OK}] = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OI} + 2\overrightarrow{OK}\right)$$

Vậy $\overrightarrow{OJ} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{OI} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{OK}$.