

B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Bài toán 01: XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA PHÉP VỊ TỰ.

Phương pháp:

Dùng định nghĩa, tính chất và biểu thức tọa độ của phép vị tự.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d có phương trình $5x + 2y - 7 = 0$. Hãy viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

Lời giải.

Cách 1: Lấy $M(x; y) \in d \Rightarrow 5x + 2y - 7 = 0$ (*).

Gọi $M'(x'; y') = V_{(0; -2)}(M)$. Theo biểu thức tọa độ ta có

$$\begin{cases} x' = -2x + [1 - (-2)] \cdot 0 \\ y' = -2y + [1 - (-2)] \cdot 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2}x' \\ y = -\frac{1}{2}y' \end{cases}.$$

Thay vào (*) ta được $-\frac{5}{2}x' - y' - 7 = 0 \Leftrightarrow 5x' + 2y' + 14 = 0$

Vậy d': $5x + 2y + 14 = 0$.

Cách 2: Do d' song song hoặc trùng với d nên phương trình có dạng:

$5x + 2y + c = 0$. Lấy $M(1; 1)$ thuộc d. Gọi $M'(x'; y') = V_{(0; -2)}(M)$ ta có

$$\overrightarrow{OM'} = -2\overrightarrow{OM} \Rightarrow \begin{cases} x' = -2 \\ y' = -2 \end{cases}. \text{ Thay vào (*) ta được } c = 14.$$

Vậy d': $5x + 2y + 14 = 0$.

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.
Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm I(-1;2) tỉ số $k=3$

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm J(1;1), bán kính $R=2$.

$$\text{Gọi } J'(x';y') = V_{(I;3)}(J) \Rightarrow \vec{I'J'} = 3\vec{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} x'-1 = 3(1+1) \\ y'-1 = 3(1-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 7 \\ y' = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow J'(7;-2).$$

Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự $V_{(I;3)}$ thì (C') có tâm $J'(7;-2)$, bán kính $R' = 3R = 6$.

$$\text{Vậy (C')}: (x-7)^2 + (y+2)^2 = 36.$$