

B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Bài toán 01: XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA PHÉP QUAY.

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa, biểu thức tọa độ và các tính chất của phép quay

Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho $M(3;4)$. Tìm ảnh của điểm M qua phép quay tâm O góc quay 30° .

Lời giải.

Gọi $M'(x';y') = Q_{(O;30^\circ)}$. Áp dụng biểu thức tọa độ $\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}$ ta có

$$\begin{cases} x' = 3 \cos 30^\circ - 4 \sin 30^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} - 2 \\ y' = 3 \sin 30^\circ + 4 \cos 30^\circ = \frac{3}{2} + 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow M' \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - 2; \frac{3}{2} + 2\sqrt{3} \right).$$

Ví dụ 2. Cho $I(2;1)$ và đường thẳng $d: 2x + 3y + 4 = 0$. Tìm ảnh của d qua $Q_{(I;45^\circ)}$.

Lời giải.

Lấy hai điểm $M(-2;0); N(1;-2)$ thuộc d .

Gọi $M'(x_1;y_1), N'(x_2;y_2)$ là ảnh của M, N qua $Q_{(I;45^\circ)}$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 = 2 + (-2 - 2) \cos 45^\circ - (0 - 1) \sin 45^\circ \\ y_1 = 1 + (-2 - 2) \sin 45^\circ + (0 - 1) \cos 45^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ y_1 = 1 - \frac{5\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow M' \left(2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}; 1 - \frac{5\sqrt{2}}{2} \right).$$

Tương tự

$$\begin{cases} x_2 = 2 + (1-2)\cos 45^\circ - (-2-1)\sin 45^\circ \\ y_2 = 1 + (1-2)\sin 45^\circ + (-2-1)\cos 45^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 + \sqrt{2} \\ y_2 = 1 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow N' (2 + \sqrt{2}; 1 - 2\sqrt{2}).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{M'N'} = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (5; 1).$$

Gọi $d' = Q_{(1;45^\circ)}(d)$ thì d' có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{M'N'} = (5; 1) \Rightarrow$ VTPT $\vec{n} = (-1; 5)$

Phương trình:

$$d': -(x - 2 - \sqrt{2}) + 5(y - 1 + 2\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow -x + 5y - 3 + 10\sqrt{2} = 0.$$

Ví dụ 2. Cho hình vuông ABCD tâm O, M là trung điểm của AB, N là trung điểm của OA. Tìm ảnh của tam giác AMN qua phép quay tâm O góc quay 90° .

Lời giải.

Phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$ biến A thành D , biến M thành M' là trung điểm của AD , biến N thành N' là trung điểm của OD . Do đó nó biến tam giác AMN thành tam giác $DM'N'$.

