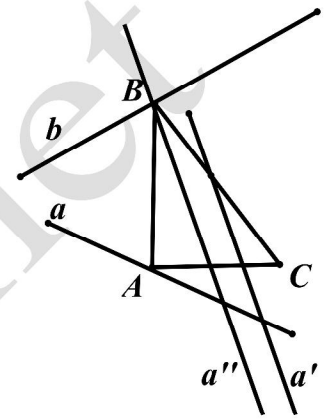
B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Bài toán 01: CÁC BÀI TOÁN VỀ PHÉP ĐỒNG DẠNG.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho hai đường thẳng a, b cắt nhau và điểm C. Tìm trên a và b các điểm A, B tương ứng sao cho tam giác ABC vuông cân ở A.

Lời giải.



Ta thấy góc lượng giác $(CA;CB) = -45^0$ và $\frac{CB}{CA} = \sqrt{2}$. Do đó có thể xem B là ảnh của A qua

phép đồng dạng F có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm C góc quay -45^0 và phép vị tự $V_{(C;\sqrt{2})}$.

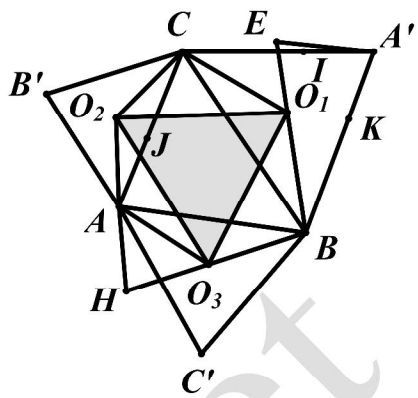
Vì $a \in a \Rightarrow B \in a'' = F(a)$ lại có $B \in b$ nên $B = a'' \cap b$.

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC, dựng ra phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều BCA', CAB', ABC'. Gọi $O_1; O_2; O_3$ lần lượt là tâm của ba tam giác đều BCA', CAB', ABC'. Chứng minh tam giác $O_1O_2O_3$ là tam giác đều.

Lời giải.

Cách 1:

Để chứng minh tam giác $O_1O_2O_3$ là tam giác đều ta xét các phép đồng dạng sau:



Kí hiệu $F(I,\varphi;k)=V_{(I;k)}\circ Q_{(I;\varphi)}$ là phép đồng dạng có được bằng cách tực hiện liên liếp phép quay $Q_{(I;\varphi)}$ và phép vị tự $V_{(I;k)}$

.Ta xét các phép đồng dạng

$F_1=F\left(C;30^0;\sqrt{3}\right)$ và $F_2\left(B;30^0;\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ Gọi

I,J,K,H là các điểm trên

$CA',CA,BA',BO_3;BO_1$ sao cho $CI=CO_1;CJ=CO_2$,

$BK=BO_1;BH=AB,BE=BA'$ khi đó

$F_1(O_1)=V_{(C;\sqrt{3})}\circ Q_{(C;30)}(O_1)=V_{(C;\sqrt{3})}(I)=A'$,

Tương tự :

$F_1(O_2)=V_{(C;\sqrt{3})}\circ Q_{(C;30^0)}(O_2)=V_{(C;\sqrt{3})}(J)=A$

$F_2(A')=V_{\left(B;\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}\circ Q_{(B;30^0)}(A')=V_{\left(B;\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}(E)=O_1$

$F_2(A)=V_{\left(B;\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}\circ Q_{(B;30)}(A)=V_{\left(B;\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}(H)=O_3$

Vậy $F_2\circ F_1(O_2)=F_2(A)=O_3$ và $F_2\circ F_1(O_1)=F_2(A')=O_1$.

Mặt khác $F=F_2\circ F_1$ là phép đồng dạng có tỉ số $k=k_1k_2=\sqrt{3}\frac{1}{\sqrt{3}}=1$ và

$\varphi_1+\varphi_2=30^0+30^0=60^0$ nên F chính là phép quay tâm O_1 góc quay 60^0.

Do đó $Q_{(O_1;60^0)}(O_2)=O_3$ nên tam giác $O_1O_2O_3$ đều.

Cách 2: Bài toán này có thể giải bằng phép quay vec tơ đơn giản hơn như sau:

Do O_1, O_3 là trong tâm các tam giác $A'BC$ và $C'AB$ nên

$\overrightarrow{O_3A}+\overrightarrow{O_3B}+\overrightarrow{O_3C'}=\vec{0}$

$\Rightarrow\left(\overrightarrow{O_3O_1}+\overrightarrow{O_1C}+\overrightarrow{CA}\right)+\left(\overrightarrow{O_3O_1}+\overrightarrow{O_1A'}+\overrightarrow{A'B}\right)+\left(\overrightarrow{O_3O_1}+\overrightarrow{O_1B}+\overrightarrow{BC'}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{O_3O_1}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA'}+\overrightarrow{C'B}\right)$.

Xét phép quay vec tơ góc quay 60^0 ta có

$Q_{60^0}(\overrightarrow{O_3O_1})=\frac{1}{3}\left(Q_{60^0}\left(\overrightarrow{AC}\right)+Q_{60^0}\left(\overrightarrow{BA'}\right)+Q_{60^0}\left(\overrightarrow{C'B}\right)\right)=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{C'A}\right)$

$=\overrightarrow{O_3O_2}$. Vậy tam giác $O_1O_2O_3$ đều.