B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Bài toán 01: XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT HÌNH QUA ĐỐI XỨNG TRỤC.

Phương pháp:

Để xác định ảnh (H') của hình (H) qua phép đối xứng trục ta có thể dùng một trong các cách sau:

- Dùng định nghĩa phép đối xứng trục
- Dùng biểu thức tọa độ của phép đối xứng trục mà trục đối xứng là các trục tọa độ.
- Dùng biểu thức vec tơ của phép đối xứng trục.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(1;5)$, đường thẳng $d: x+2y+4=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-4y-4=0$.

a) Tìm ảnh của M, d và (C) qua phép đối xứng trục Ox.

b) Tìm ảnh của M qua phép đối xứng qua đường thẳng d.

Lời giải.

a) Gọi $M', d', (C')$ theo thứ tự là ảnh của $M, d, (C)$ qua $Đ_{ox}$, khi đó $M'(1;-5)$.

- Tìm ảnh của d.

Lấy $M(x;y) \in d \Rightarrow x+2y+4=0$ (1)

Gọi $N(x';y')$ là ảnh của M qua phép đối xứng $Đ_{ox}$.

Ta có $\begin{cases} x'=x \\ y'=-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=x' \\ y=-y' \end{cases}$. Thay vào (1) ta được

$x'-2y'+4=0$. Vậy $d': x-2y+4=0$.

- Tìm ảnh của (C).

Cách 1: Ta thấy (C) có tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R=3$.

Gọi I',R' là tâm và bán kính của (C') thì $I'(-1;-2)$ và $R'=R=3$, do đó $(C'):(x+1)^2+(y+2)^2=9$.

Cách 2: Lấy $P(x;y)\in(C)\Rightarrow x^2+y^2+2x-4y-4=0\ (2)$.

Gọi $Q(x';y')$ là ảnh của P qua phép đối xứng $Đ_{ox}$. Ta có

$\begin{cases}x'=x\\y'=-y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=x'\\y=-y'\end{cases}$ thay vào (2) ta được $x'^2+y'^2+2x'+4y'-4=0$, hay $(C'):x^2+y^2+2x+4y-4=0$.

b) Đường thẳng d_1 đi qua M vuông góc với d có phương trình $2x-y+3=0$.

Gọi $I=d\cap d_1$ thì tọa độ điểm I là nghiệm của hệ

$\begin{cases}x+2y+4=0\\2x-y+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}\Rightarrow I(-2;-1)$.

Gọi M' đối xứng với M qua d thì I là trung điểm của MM'.

Ta có $\begin{cases}x_I=\dfrac{x_M+x_{M'}}{2}\\y_I=\dfrac{y_M+y_{M'}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_{M'}=2x_I-x_M=-5\\y_{M'}=2y_I-y_M=-7\end{cases}\Rightarrow M'(-5;-7)$.

Ví dụ 2. Cho hai đường thẳng $d:x+y-2=0$, $d_1:x+2y-3=0$ và đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+1)^2=4$. Tìm ảnh của $d_1,(C)$ qua phép đối xứng trục d.

Lời giải.

- Tìm ảnh của d_1.

Ta có $d_1\cap d=I(1;1)$ nên $Đ_d(I)=I$.

Lấy $M(3;0)\in d_1$. Đường thẳng d_2 đi qua M vuông góc với d có phương trình $x-y-3=0$. Gọi $M_0=d\cap d_2$, thì tọa độ của M_0 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x+y-2=0\\x-y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5}{2}\\y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow M_0\left(\frac{5}{2};-\frac{1}{2}\right).$$

Gọi M' là ảnh của M qua $Đ_d$ thì M_0 là trung điểm của MM' nên

$M'(2;-1)$. Gọi $d_1'=Đ_d(d_1)$ thì d_1' đi qua I và M' nên có phương trình

$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}\Leftrightarrow 2x+y-3=0$. Vậy $d_1':2x+y-3=0$.

- Tìm ảnh của (C).

Đường tròn (C) có tâm $J(1;-1)$ và bán kính $R=2$.

Đường thẳng d_3 đi qua J và vuông góc với d có phương trình $x-y-2=0$.

Gọi $J_0=d_3\cap d$ thì tọa độ của điểm J_0 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x+y-2=0\\x-y-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}\Rightarrow J_0(2;0).$$

Gọi $J'=Đ_d(J)$ thì J_0 là trung điểm của JJ' nên $J'(3;1)$

Gọi $(C')=Đ_d((C))$ thì J' là tâm của (C') và bán kính của (C') là $R'=R=2$.

Vậy $(C'):(x-3)^2+(y-1)^2=4$.