B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.

Bài toán 01: TÍNH KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM M ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG Δ.

Phương pháp:

Để tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ ta cần xác định được hình chiếu H của điểm M trên đường thẳng Δ, rồi xem MH là đường cao của một tam giác nào đó để tính. Điểm H thường được dựng theo hai cách sau:

- Trong $mp(M,\Delta)$ vẽ $MH \perp \Delta \Rightarrow d(M,\Delta) = MH$
- Dựng mặt phẳng (α) qua M và vuông góc với Δ tại H

$\Rightarrow d(M,\Delta) = MH$.

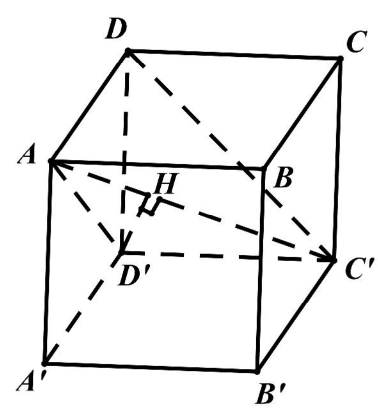
Hai công thức sau thường được dùng để tính MH

- ΔMAB vuông tại M và có đường cao AH thì $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MA^2} + \frac{1}{MB^2}$.
- MH là đường cao của ΔMAB thì $MH = \frac{2S_{MAB}}{AB}$.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính khoảng các từ đỉnh D' đến đường chéo AC'.

Lời giải.



Gọi H là hình chiếu của D' trên AC'.

Do $\begin{cases} C'D' \perp D'A' \\ C'D' \perp DD' \end{cases} \Rightarrow C'D' \perp (ADD'A')$

$\Rightarrow C'D' \perp D'A$.

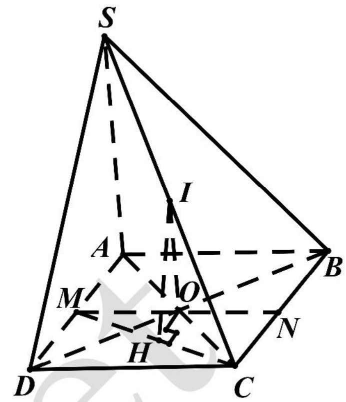
Vậy tam giác $D'AC'$ vuông tại D' có đường cao $D'H$

suy ra $\frac{1}{D'H^2} = \frac{1}{D'A^2} + \frac{1}{D'C'^2} = \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2}$

$\Rightarrow D'H = a\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Vậy $d(D',AC') = a\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Ví dụ 2. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Gọi I là trung điểm của cạnh SC và M là trung điểm của đoạn AB. Tính khoảng cách từ I đến đường thẳng CM.



Lời giải.

Trong (ICM) kẻ $IH \perp CM$ thì $d(I,CM) = IH$.

Gọi $N = MO \cap DC, N \in CD$.

Ta có $\Delta MHO \sim \Delta MNC \Rightarrow \dfrac{OH}{CN} = \dfrac{OM}{MC}$

Mà $OM = CN = \dfrac{a}{2}, CM = \sqrt{BM^2 + BC^2}$

$= \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra $OH = \dfrac{CN.OM}{MC} = \dfrac{a}{2\sqrt{5}}$, OI là đường trung bình trong tam giác SAC

nên $OI = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Ta có $\begin{cases} OI // SA \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow OI \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp OH \Rightarrow \Delta OHI$ vuông tại O

nên $IH = \sqrt{OH^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{\dfrac{3}{10}} = \dfrac{a\sqrt{30}}{10}$

Vậy $d(I,CM) = \dfrac{a\sqrt{30}}{10}$.

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a, góc $ABC = 120^0$, $SC \perp (ABCD)$ và $SC = h$. Tính khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng SA theo a và h.

Lời giải.

Kẻ $OH \perp SA, H \in SA$ thì $d(O,SA) = OH$.

Do $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $ABC = 120^0$ nên

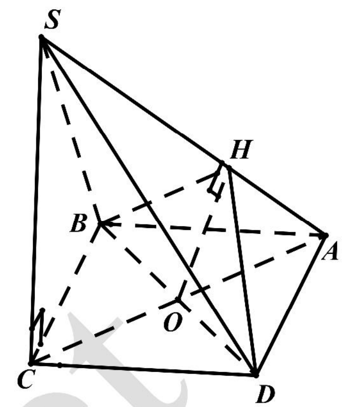
ΔCBD đều cạnh $a \Rightarrow CO = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CA = 2CO = a\sqrt{3}$.

$SA = \sqrt{CS^2 + CA^2} = \sqrt{h^2 + \left(a\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{3a^2 + h^2}$

Hai tam giác vuông AHO va ACS đồng dạng nên

$$\frac{OH}{SC} = \frac{OA}{SA} \Rightarrow OH = \frac{OA.SC}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.h}{\sqrt{3a^2 + h^2}} = \frac{ah\sqrt{3}}{2\sqrt{3a^2 + h^2}}$$

Vậy $d(O,SA) = OH = \dfrac{\sqrt{3}ah}{2\sqrt{3a^2 + h^2}}$.



Ví dụ 4. . Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Gọi E là trung điểm của cạnh CD.Tính khoảng cách từ S đến đường thẳng BE.

Lời giải.

Trong (SBM) kẻ $SH \perp BM$ thì $d(S,BM) = SH$.

Gọi $N = BM \cap AD$, ta có

$AD // BC \Rightarrow \dfrac{DN}{BC} = \dfrac{MD}{MC} = 1 \Rightarrow DN = BC = a$

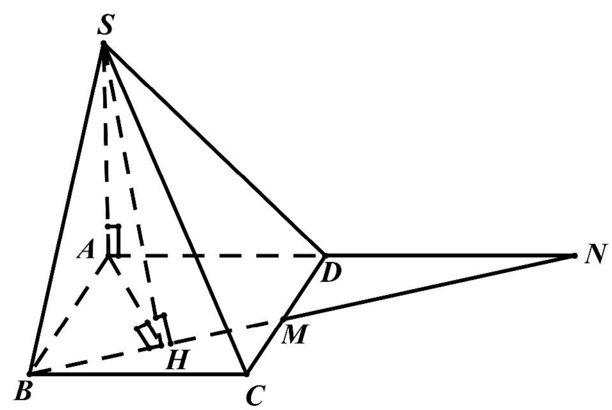
$\Rightarrow AN = 2a$.

Tronh tam giác vuông ABN có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AN^2}$$

$$= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(2a)^2} = \frac{5}{4a^2}$$

$\Rightarrow AH = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.



$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AH \Rightarrow \Delta ASH$ vuông tại A, do đó

$SH = \sqrt{AH^2 + AS^2} = \sqrt{\dfrac{4}{5}a^2 + a^2} = \dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $d(S,BM) = SH = \dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.