

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

1. Cho tứ diện ABCD có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = AC + AD$.

Tính $\angle ABC + \angle DBC + \angle CBD$.

2. Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và A, B, C ba góc của tam giác ABC. Đặt

$\alpha = \angle AOH, \beta = \angle BOH, \gamma = \angle COH$. Chứng minh rằng :

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\sin 2A} = \frac{\sin^2 \beta}{\sin 2B} = \frac{\sin^2 \gamma}{\sin 2C}.$$

3. Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc,

$AC = 2OB, BC = 2OA$. Gọi D là trung điểm của AB, E và F là chân đường cao kẻ từ A của các tam giác OBC và OAC.

Chứng minh $\frac{\tan^4 \angle OCD}{\tan^4 \angle OCA} + \frac{EF}{AB} = 1$.

4. Cho tứ diện ABCD có AB, AC, AD đôi một vuông góc, gọi H là trực tâm tam giác ABC. Đặt $\alpha = \angle DAH, \beta = \angle DBH, \gamma = \angle DCH, \varphi = \angle AHB$.

Chứng minh $\sin \varphi = \frac{\sin \gamma}{\cos \alpha \cos \beta}$ và $\cos \varphi = -\tan \alpha \tan \beta$.