

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

• Hàm cosin.

Câu 64. Các nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{7}$ là

A. $x = \frac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \pm \frac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{7} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{7} + k2\pi$ và $x = \frac{6\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 65. Phương trình: $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm thỏa mãn $0 \leq x \leq \pi$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$

C. $x = \frac{\pi}{3}$

D. $x = \frac{\pi}{6}$

Câu 66. Phương trình $2 \cos x + 1 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{4\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 67. Phương trình $\cos 2x = 1$ có nghiệm là:

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 68. Giá trị nào của tham số m thì phương trình $\frac{\cos x - m}{\sin x} = 0$ có nghiệm?

A. $m \in \mathbb{R}$

B. $m \in [-1; 1]$

C. $m \in (-1; 1)$

D. $m \neq \pm 1$

• Hàm tan.

Câu 69. Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$

A. 1

B. 3

C. 4

D. 2

Câu 70. Các nghiệm của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z};$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 71. Các nghiệm của phương trình $\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

• Hàm cot.

Câu 72. Tập giá trị của hàm số $y = \cot x$ là:

- A. $T = \mathbb{R}$ B. $T = \mathbb{Q}$ C. $T = [-2; 2]$ D. $T = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

2. Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc hai với 1 hàm số lượng giác

• Hàm sin: Dùng thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

$$\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$$

Câu 73. Nghiệm của phương trình là:

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
 C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 74. Phương trình $\cos^2 x - 3\sin x + 3 = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây:

- A. $\sin^2 x - 3\sin x - 4 = 0$ B. $\sin^2 x + 3\sin x + 4 = 0$
 C. $\sin x - 1 = 0$ D. $\cos x = 0$

Câu 75. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\sin^2 x - 2\sin x + \frac{3}{4} = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 76. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \frac{1}{2} = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
 C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 77. Phương trình $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x = \frac{3}{2}$ có nghiệm:

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3}$ B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \vee x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$
 C. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{3}$ D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \vee \pm x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$

Câu 78. Phương trình $\sin^2 2x + \cos^2 3x = 1$ có nghiệm:

- A. $x = \pi + k\pi$ B. $x = k\pi \vee x = k\frac{\pi}{5}$ C. $x = k\frac{2\pi}{5}$ D. $x = k2\pi$

Câu 79. Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x + 7\sin x - 4 = 0$ là:

- A. $x = k2\pi$ B. $x = k\pi$
 C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 80. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 2\sin x = 0$ là:

- A. $x = k2\pi$ B. $x = k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $\sin 9x + \sqrt{3} \cos 7x = \sin 7x + \sqrt{3} \cos 9x$ là:

A. $\left\{ \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}; k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$

B. $\left\{ \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{4}; k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$

C. $\left\{ \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}; k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$

D. $\left\{ \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}; k2\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 82. Phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 5x$ có nghiệm:

A. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{3}$

B. $x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3}$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$

D. $x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{2} \vee x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3}$

• Hàm cosin : Dùng công thức nhân đôi, hạ bậc, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 83. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\cos^2 x - 4\cos x + 3 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 84. Tìm nghiệm của phương trình lượng giác: $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa $0 < x < \pi$

A. $x = 0$

B. $x = \pi$

C. $x = \frac{\pi}{2}$

D. $x = -\frac{\pi}{2}$

Câu 85. Phương trình $3 - 4\cos^2 x = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\sin 2x = \frac{1}{2}$

B. $\cos 2x = \frac{1}{2}$

C. $\cos 2x = -\frac{1}{2}$

D. $\sin 2x = -\frac{1}{2}$

Câu 86. Phương trình $\cos^2 x - 4\cos x + 3 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = k2\pi$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

C. $x = \pi + k2\pi$

D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \arccos(3) + k2\pi \end{cases}$

Câu 87. Phương trình $\sin^2 x + 2\sin x = 4\cos x + \sin 2x$ tương đương với phương trình:

A. $\sin x + 2\cos x = 0$

B. $\tan x = 2$

C. $\sin x = \frac{1}{2}$

D. $(2\sin x + 1)(\sin x - \cos x) = 0$

3. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc bậc 3 với 1 hàm số lượng giác

• Hàm sin Dùng công thức nhân đôi, nhân 3, các hằng đẳng thức lượng giác.

Câu 88. Phương trình: $3\sin 3x + \sqrt{3}\sin 9x = 1 + 4\sin^3 3x$ có các nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{9} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{6} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}$

Câu 89. Phương trình $\tan x \sin 2x + \cos 2x + \sqrt{3} \tan x = 0$ có số nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{8\pi}{3}\right)$ là:

A. 2

B. 3

C. 4

D. Đáp án khác

4. Ứng dụng hàm số bậc hai vào tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số.

Câu 90. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^2 x + 2\sin x + 2$ là

A. 5

B. 4

C. 1

D. -1

5. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$ và ứng dụng

Câu 91. Điều kiện để phương trình: $3\sin x + m\cos x = 5$ vô nghiệm là gì?

- A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$ B. $m > 4$ C. $m < -4$ D. $-4 < m < 4$

5.1. Mọi quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất đối với $\sin x$ và $\cos x$.

Câu 92. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 93. Nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2$ là:

- A. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) B. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)
- C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Câu 94. Phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$ có nghiệm dương nhỏ nhất là:

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

Câu 95. Phương trình: $\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{3}$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) B. $\begin{cases} x = 30^\circ + k180^\circ \\ x = 90^\circ + k180^\circ \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$)
- C. $\begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$) D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Câu 96. Các nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\cos x + \sin x = -2$ là

- A. $x = \frac{-5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
- C. $x = \frac{-5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{-\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 97. Các nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x + \cos x = -2$ là

- A. $x = \frac{-5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{-\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
- C. $x = \frac{-5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

5.2. Tìm đk của tham số để phương trình có nghiệm.

Câu 98. Tìm m để phương trình $\sin 2x + \cos^2 x = \frac{m}{2}$ có nghiệm:

- A. $0 \leq m \leq 2$ B. $1 - \sqrt{5} \leq m \leq 1 + \sqrt{5}$ C. $1 - \sqrt{2} \leq m \leq 1 + \sqrt{2}$ D. $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$

Câu 99. Điều kiện để phương trình $m\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm là:

- A. $-4 \leq m \leq 4$ B. $m \geq 4$ C. $m \geq \sqrt{34}$ D. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$

Câu 100. Với giá trị nào của m thì phương trình $3\sin^2 x + 2\cos^2 x = m + 2$ có nghiệm?

- A. $m < 0$ B. $m > 0$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $-1 \leq m \leq 0$

Câu 101. Điều kiện để phương trình $3\sin x + m\cos x = 5$ vô nghiệm là

- A. $m > 4$ B. $m < -4$ C. $-4 < m < 4$ D. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$

Câu 102. Tìm m để phương trình: $m \cdot \sin x - \sqrt{1-3m} \cdot \cos x = m - 2$ có nghiệm.

- A. $\frac{1}{3} \leq m \leq 3$ B. $m \leq \frac{1}{3}$ C. Không tìm được D. $m \geq 5$

5.3. Ứng dụng điều kiện có nghiệm của pt vào tìm GTNN, GTLN.

Câu 103. Hàm số $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ đạt giá trị lớn nhất tại:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ B. $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$
 C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

Câu 104. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x$ là:

- A. -5 B. 5 C. 7 D. -7

Câu 105. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \sqrt{3} \cos 5x - \sin 5x + 2 \text{ trên } \mathbb{R}. \text{ Khi đó } M + m \text{ bằng}$$

- A. 3 B. 4 C. 2 D. 5

Câu 106. Giá trị bé nhất của biểu thức $B = \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin x$ là

- A. -2 B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. -1 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 107. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$

- A. -3 B. -2 C. 1 D. 0

Câu 108. Tìm giá trị lớn nhất (max) của hàm số sau: $y = \frac{2}{3\sin 2x + 3\cos 2x - 4}$.

- A. $\max y = \frac{4-3\sqrt{2}}{2}$. B. $\max y = 1$. C. $\max y = \frac{4+3\sqrt{2}}{2}$. D. $\max y = \frac{-4+3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 109. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ là:

- A. $\max y = 3; \min y = -1$ B. $\max y = 1; \min y = -2$
 C. $\max y = 2; \min y = -1$ D. $\max y = 1; \min y = -3$

Câu 110. Giá trị bé nhất của hàm số $y = \frac{3\sin x + \cos x + 2}{\cos x + 2}$ là

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3} - 1$ C. $1 - \sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 111. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$ là:

- A. 2 B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{2}{11}$

Câu 112. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$

A. $x = \frac{31\pi}{16} + k\frac{\pi}{8}$ B. $x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}$ C. $x = -\frac{5\pi}{16} + k\pi$ D. $x = -\frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{4}$

Câu 124. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình: $2\cos^2 x + \cos x = \sin x + \sin 2x$ là?

A. $x = \frac{\pi}{6}$ B. $x = \frac{\pi}{4}$ C. $x = \frac{\pi}{3}$ D. $x = \frac{2\pi}{3}$

Câu 125. Phương trình $\cos 2x + \cos 3x + \cos 7x = 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; -\frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}; -\frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$