

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $-\frac{\pi}{2}$

D. $\frac{2\pi}{3}$

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

Muốn sử dụng máy tính ta chọn $a = 1$ và thực hiện như sau :

$$x = x_1 + x_2 = 1\angle(2\pi/3) + \sqrt{3}\angle(\pi/6) = 2\angle(\pi/3) \Rightarrow x = 2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) (cm)$$

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

SHIFT MODE 4 (Để chọn đơn vị góc là radian)

MODE 2 (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

$$1 \text{ SHIFT } (-) \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \text{ SHIFT } (-) \frac{\pi}{6} :$$

(Màn hình máy tính sẽ hiện thị $1\angle(2\pi/3) + \sqrt{3}\angle(\pi/6)$)

SHIFT 2 3 =

Màn hình sẽ hiện kết quả: $2\angle(\pi/3)$

Nghĩa là biên độ $A = 2a$ và pha ban đầu $\varphi = \frac{\pi}{3}$ nên ta sẽ chọn B.

Dùng máy tính Casio fx 570 – MS, bấm như sau:

SHIFT MODE 3 = (Để cài đặt ban đầu, đơn vị đo góc là độ).

MODE 2 (Để cài đặt tính toán với số phức).

$$1 \text{ SHIFT } (-) 120 + \sqrt{\text{ }} 3 \text{ SHIFT } (-) 30 : \begin{cases} \text{Bấm } \text{SHIFT } + = \text{ sẽ có } A = 2 \\ \text{Bấm } \text{SHIFT } = \text{ sẽ có } \varphi = 60 \end{cases}$$

Nghĩa là biên độ $A = 2$ cm và pha ban đầu $\varphi = 60^\circ$ nên ta sẽ chọn B.

Chú ý: Nếu hai dao động thành phần có cùng biên độ thì ta nên dùng phương pháp lượng giác:

$$x = a \cos(\omega t + \varphi_1) + a \cos(\omega t + \varphi_2) = 2a \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \cos \left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right)$$

Ví dụ 6: Phương trình dao động tổng hợp của 2 dao động thành phần cùng phương cùng tần

số: $x_1 = 4 \cos(100t) (cm)$; $x_2 = 4 \cos\left(100t + \frac{\pi}{2}\right) (cm)$ là:

A. $x = 4 \cdot \cos\left(100t + \frac{\pi}{4}\right) cm$

B. $x = 4\sqrt{2} \cdot \cos\left(100t + \frac{\pi}{8}\right) cm$

C. $x = 4\sqrt{2} \cdot \cos\left(100t + \frac{\pi}{4}\right) cm$

D. $x = 4 \cdot \cos\left(100t + \frac{3\pi}{4}\right) cm$

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$x = x_1 + x_2 = 2.4 \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \left(100t + \frac{\pi}{4} \right) = 4\sqrt{2} \cos \left(100t + \frac{\pi}{4} \right) (cm)$$

Ví dụ 7: Biên độ dao động tổng hợp của ba dao động $x_1 = 4\sqrt{2} \cos 4\pi t (cm)$,

$x_2 = 4 \cos(4\pi t + 0,75\pi) (cm)$ và $x_3 = 3 \cos(4\pi t + 0,25\pi) (cm)$ là:

- A.** 7 cm. **B.** $8\sqrt{2}$ cm. **C.** 8 cm. **D.** $7\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

Cách 1: Phương pháp cộng các hàm lượng giác

$$x = x_1 + x_2 + \dots$$

$$x = \cos \omega t (A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots) - \sin \omega t (A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots)$$

$$x = \cos 4\pi t \left(4\sqrt{2} \cos 0 + 4 \cos \frac{3\pi}{4} + 3 \cos \frac{\pi}{4} \right) - \sin 4\pi t \left(4\sqrt{2} \sin 0 + 4 \sin \frac{3\pi}{4} + 3 \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$x = 3,5\sqrt{2} \cos 5t - 3,5\sqrt{2} \sin 5t = 7 \cdot \cos \left(4\pi t + \frac{\pi}{3} \right) (cm) \Rightarrow A = 7 (cm)$$

Cách 2: Phương pháp cộng số phức

$$x = x_1 + x_2 + \dots = A_1 \angle \varphi_1 + A_2 \angle \varphi_2 + \dots$$

$$x = 4\sqrt{2} \angle 0 + 4 \angle \frac{3\pi}{4} + 3 \angle \frac{\pi}{4} = 7 \angle \frac{\pi}{4}$$

Dùng máy tính Casio fx 570 – ES, bấm như sau:

$\boxed{SHIFT} \boxed{MODE} \boxed{4}$ (Để chọn đơn vị góc là radian)

$\boxed{MODE} \boxed{2}$ (Để chọn chế độ tính toán với số phức)

$$4\sqrt{2} \boxed{SHIFT} \boxed{(-)} \boxed{0} \boxed{+} \boxed{4} \boxed{SHIFT} \boxed{(-)} \boxed{\frac{3\pi}{4}} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{SHIFT} \boxed{(-)} \boxed{\frac{\pi}{4}} :$$

(Màn hình máy tính sẽ hiện thị $4 \angle 0 + 4 \angle \frac{3\pi}{4} + 3 \angle \frac{\pi}{4}$)

$$\boxed{SHIFT} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{=}$$

Màn hình sẽ hiện kết quả: $7 \angle \frac{\pi}{4}$

Nghĩa là biên độ $A = 7 \text{ cm}$ và pha ban đầu $\varphi = \frac{\pi}{4}$ nên ta sẽ chọn A.

(Pha ban đầu bằng 0 thì chỉ cần nhập $4\sqrt{2} + 4 \angle \frac{3\pi}{4} + 3 \angle \frac{\pi}{4}$ vẫn được kết quả như trên).

Dùng máy tính Casio fx 570 – MS, bấm như sau:

$\boxed{SHIFT} \boxed{MODE} \boxed{3} \boxed{=}$ (Để cài đặt ban đầu, đơn vị đo góc là độ).

$\boxed{MODE} \boxed{2}$ (Để cài đặt tính toán với số phức).

$\boxed{4} \boxed{\sqrt{}} \boxed{2} \boxed{+} \boxed{4} \boxed{SHIFT} \boxed{(-)} \boxed{135} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{SHIFT} \boxed{(-)} \boxed{45}$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Bấm } \boxed{SHIFT} \boxed{+} \boxed{=} \text{ se hiển thị } A = 7 \\ \text{Bấm } \boxed{SHIFT} \boxed{=} \text{ se hiển thị } \varphi = 45 \end{array} \right.$

Nghĩa là biên độ $A = 7$ và pha ban đầu $\varphi = 45^\circ$ nên ta sẽ chọn A.

Ví dụ 8: Một vật thực hiện đồng thời 3 dao động điều hòa cùng pha cùng tần số có phương trình lần lượt là $x_1 = 5 \cos(2\pi t + \varphi)(cm)$; $x_2 = 3 \cos(2\pi t - \pi)(cm)$; $x_3 = 4 \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)(cm)$, với

$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ và $\tan \varphi = \frac{4}{3}$. Phương trình dao động tổng hợp là

A. $x = 4\sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)(cm)$

B. $x = 3\sqrt{3} \cos\left(2\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)(cm)$

C. $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)(cm)$

D. $x = 3 \cos\left(2\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)(cm)$

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$5\angle \arctan \frac{4}{3} + 3\angle -\pi + 4\angle -\frac{5\pi}{6} = 4\angle \frac{5\pi}{6}$$

Ví dụ 9: Vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương có phương trình $x_1 = 8 \cos\left(20t - \frac{\pi}{3}\right)(cm)$ và $x_2 = 3 \cos\left(20t + \frac{\pi}{3}\right)(cm)$ (với t đo bằng giây). Tính gia tốc cực đại, tốc độ cực đại và vận tốc của vật khi nó ở vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm.

Hướng dẫn:

Biên độ dao động tổng hợp:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2.A_1.A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = \sqrt{64 + 9 + 2.8.3 \cdot \cos \frac{2\pi}{3}} = 7(cm)$$

$$\text{Gia tốc cực đại và tốc độ cực đại: } \begin{cases} a_{\max} = \omega^2 A = 20^2 \cdot 7 = 2800 (cm/s^2) \\ v_{\max} = \omega A = 20 \cdot 7 = 140 (cm/s) \end{cases}$$

Vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm, tức là vị trí đó cách vị trí cân bằng $|x| = 7 - 2 = 5(cm)$.

Vận tốc tính theo công thức: $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \pm 20 \sqrt{7^2 - 5^2} = \pm 40 \sqrt{6} \text{ (cm / s)}$

Ví dụ 10: Một vật có khối lượng 0,5 kg thực hiện đồng thời ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình: $x_1 = 2\sqrt{3} \cos\left(10t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$; $x_2 = 4 \cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$; $x_3 = 8 \cos\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$ (với t đo bằng s). Tính cơ năng dao động và độ lớn gia tốc của vật ở vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm.

Hướng dẫn:

Tổng hợp theo phương pháp cộng số phức:

$$2\sqrt{3} \angle \frac{\pi}{3} + 4 \angle \frac{\pi}{6} + 8 \angle \frac{-\pi}{2} \stackrel{\text{shift } 23=}{=} 6 \angle -\frac{\pi}{6}$$

Biên độ dao động tổng hợp là 6 cm nên cơ năng dao động :

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 10^2 \cdot 0,06^2 = 0,09 \text{ (J)}$$

Vị trí cách vị trí thế năng cực đại gần nhất là 2 cm, tức là vị trí đó cách vị trí cân bằng $|x| = 6 - 2 = 4 \text{ (cm)}$

Độ lớn gia tốc của vật tính theo công thức: $|a| = \omega^2 |x| = 10^2 \cdot 4 = 400 \text{ (cm / s}^2\text{)}$

Ví dụ 11: Một vật tham gia đồng thời 2 dao động điều hoà cùng phương cùng tần số và vuông pha với nhau. Nếu chỉ tham gia dao động thứ nhất thì vật đạt vận tốc cực đại là v_1 . Nếu chỉ tham gia dao động thứ hai thì vật đạt vận tốc cực đại là v_2 . Nếu tham gia đồng thời 2 dao động thì vận tốc cực đại là

- A. $0,5(v_1 + v_2)$ B. $(v_1 + v_2)$ C. $(v_1^2 + v_2^2)^{0,5}$ D. $0,5(v_1^2 + v_2^2)^{0,5}$

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Vì hai dao động vuông pha nên biên độ dao động tổng hợp: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

Vận tốc cực đại của vật: $v = \omega A = \sqrt{(\omega A_1)^2 + (\omega A_2)^2} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

Ví dụ 12: (CD-2011) Một vật nhỏ có chuyển động là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương. Hai dao động này có phương trình là $x_1 = A_1 \cos \omega t$ và $x_2 = A_2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Gọi E là cơ năng của vật. Khối lượng của vật bằng

- A. $\frac{E}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$ B. $\frac{2E}{\omega^2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$ C. $\frac{E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$ D. $\frac{2E}{\omega^2 (A_1^2 + A_2^2)}$