

Chú ý: Tổng quãng đường và tổng thời gian từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn lần

$$\text{lượt là: } \begin{cases} S = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{kA^2}{2 \cdot F_{ms}} \\ \Delta t = NT = \frac{A}{\Delta A} \cdot T = \frac{kA}{4F_{ms}} \cdot \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}$$

Do đó, tốc độ trung bình trong cả quá trình dao động là:  $|\bar{v}| = \frac{S}{\Delta t} = \frac{\omega A}{\pi}$

**Ví dụ 14:** Một vật nhỏ nối với một lò xo nhẹ, hệ dao động trên mặt phẳng ngang. Từ vị trí cân bằng truyền cho vật vận tốc ban đầu 2 (m/s) theo phương ngang thì vật dao động tắt dần. Tốc độ trung bình trong suốt quá trình vật dao động là

- A. 72,8 m/s.      B. 54,3 m/s.      C. 63,7 cm/s.      D. 34,6 m/s.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án C

Tốc độ trung bình trong cả quá trình dao động tắt dần:

$$|\bar{v}| = \frac{\omega A}{\pi} = \frac{200}{\pi} = 63,7 \text{ (cm/s)}$$

**Ví dụ 15:** Một vật nhỏ dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang nhờ đệm từ trường với tốc độ trung bình trong một chu kì là v. Đúng thời điểm  $t = 0$ , tốc độ của vật bằng 0 thì đệm từ trường bị mất do ma sát trượt nhỏ nên vật dao động tắt dần chậm cho đến khi dừng hẳn. Tốc độ trung bình của vật từ lúc  $t = 0$  đến khi dừng hẳn là 100 (cm/s). Giá trị v bằng

- A. 0,25 m/s.      B. 200 cm/s.      C. 100 cm/s.      D. 0,5 m/s.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án B

Tốc TB sau một chu kì của dao động điều hòa là:  $\bar{v}_T = \frac{2}{\pi} \omega A$ .

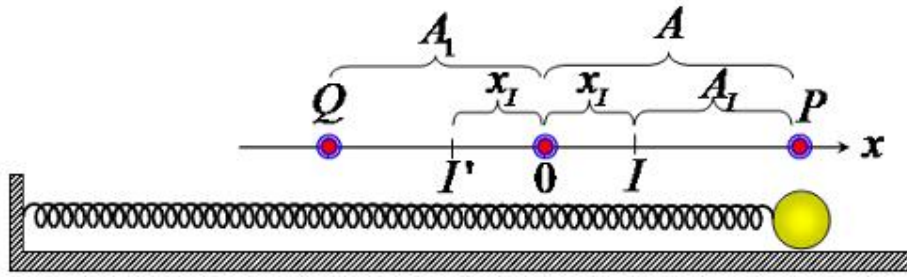
Tốc TB trong cả quá trình của dao động tắt dần là:  $\bar{v}_{td} = \frac{1}{\pi} \omega A$

$$\Rightarrow \bar{v}_T = 2\bar{v}_{td} = 200 \text{ (cm/s)}$$

## II. KHẢO SÁT CHI TIẾT

### 1) DAO ĐỘNG THEO PHƯƠNG NGANG

**Bài toán tổng quát:** Cho cơ hệ như hình vẽ, lúc đầu giữ vật ở P rồi thả nhẹ thì vật dao động tắt dần. Tìm vị trí vật đạt tốc độ cực đại và giá trị vận tốc cực đại.



**Cách 1:**

Ngay sau khi bắt đầu dao động lực kéo về có độ lớn cực đại ( $F_{\max} = kA$ ) lớn hơn lực ma sát trượt ( $F_{ms} = \mu mg$ ) nên hợp lực ( $\vec{F}_{hl} = \vec{F}_{kv} - \vec{F}_{ms}$ ) hướng về O làm cho vật chuyển động nhanh dần về O. Trong quá trình này, độ lớn lực kéo về giảm dần trong khi độ lớn lực ma sát trượt không thay đổi nên độ lớn hợp lực giảm dần. Đến vị trí I, lực kéo về cân bằng với lực ma sát trượt nên và vật đạt tốc độ cực đại tại điểm này.

$$\text{Ta có: } kx_I = F_{ms} \Rightarrow x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k}$$

$$\text{Quãng đường đi được: } A_I = A - x_I.$$

Để tìm tốc độ cực đại tại I, ta áp dụng định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng. Độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát:

$$W_P - W_Q = F_{ms} \cdot A_I$$

$$\Leftrightarrow \frac{kA^2}{2} - \frac{kx_I^2}{2} - \frac{mv_I^2}{2} = kx_I(A - x_I) \Leftrightarrow \frac{k}{m}(A^2 - 2Ax_I + x_I^2) = v_I^2$$

$$\Rightarrow v_I = \sqrt{\frac{k}{m}}(A - x_I) = \omega A_I$$

“Mẹo” nhớ nhanh, khi vật bắt đầu xuất phát từ P thì có thể xem I là tâm dao động tức thời và biên độ là  $AI$  nên tốc độ cực đại:  $v_I = \omega A_I$ . Tương tự, khi vật xuất phát từ Q thì  $I'$  là tâm dao động tức thời. Để tính  $x_I$  ta nhớ: “Độ lớn lực kéo về = Độ lớn lực ma sát trượt”.

**Cách 2:**

Khi không có ma sát, vật dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng O. Khi có thêm lực ma sát thì có thể xem lực ma sát làm thay đổi vị trí cân bằng.



**Chú ý:** Ta có thể chứng minh khi có lực ma sát thì tâm dao động bị dịch chuyển theo hướng của lực ma sát một đoạn  $\frac{F_{ms}}{k}$  như sau:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F} + \vec{F}_{ms}}{m} \Rightarrow x'' = -\frac{k}{m} \left( x - \frac{F_{ms}}{k} \right) \xrightarrow{y = x - \frac{F_{ms}}{k}} \omega^2 = \frac{k}{m} \rightarrow y'' = -\omega^2 y$$

$$\Rightarrow \boxed{y = A_I \cos(\omega t + \varphi)}$$

**Ví dụ 1:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 2 \text{ N/m}$ , khối lượng  $m = 80 \text{ g}$  dao động tắt dần trên mặt phẳng nằm ngang do ma sát, hệ số ma sát  $\mu = 0,1$ . Ban đầu kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $10 \text{ cm}$  rồi thả nhẹ. Cho gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Thế năng của vật ở vị trí mà tại đó vật có vận tốc lớn nhất là

- A. 0,16 mJ.                      B. 0,16 J.                      C. 1,6 J.                      D. 1,6 mJ.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án D

$$kx_I = \mu mg \Rightarrow x_I = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,08 \cdot 10}{2} = 0,04 \text{ (m)}$$

$$\text{Thế năng đàn hồi của lò xo ở I: } W_I = \frac{kx_I^2}{2} = \frac{2 \cdot 0,04^2}{2} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

**Ví dụ 2:** (ĐH-2010) Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng  $0,02 \text{ kg}$  và lò xo có độ cứng  $1 \text{ N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là  $0,1$ . Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén  $10 \text{ cm}$  rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

- A.  $10\sqrt{30} \text{ cm/s}$ .                      B.  $20\sqrt{6} \text{ cm/s}$ .                      C.  $40\sqrt{2} \text{ cm/s}$ .                      D.  $40\sqrt{3} \text{ cm/s}$ .

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án C

$$kx_I = F_{ms} \Rightarrow x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,02 \text{ (m)} = 2 \text{ (cm)}$$

$$A_I = A - x_I = 10 - 2 = 8 \text{ (cm)}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{0,02}} = 5\sqrt{2} \text{ (rad / s)} \Rightarrow v_I = \omega A_I = 40\sqrt{2} \text{ (cm / s)}$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng  $0,1 \text{ kg}$  và lò xo có độ cứng  $10 \text{ N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là  $0,1$ . Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén một đoạn  $A$  rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là  $60 \text{ cm/s}$ . Tính  $A$ .

A.  $4\sqrt{3}$  cm.

B.  $4\sqrt{6}$  cm.

C. 7 cm.

D. 6 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án C**

$$x_I = \frac{F_{ms}}{k} = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,1 \cdot 10}{10} = 0,01(m) = 1(cm)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10(rad/s)$$

$$v_I = \omega A_I \Rightarrow A_I = \frac{v_I}{\omega} = 6(cm) \Rightarrow A = x_I + A_I = 7(cm)$$

**Chú ý:**

Tại I thì lực hồi phục cân bằng với lực cản:  $kx_I = F_C \Rightarrow x_I = \frac{F_C}{k}$

Gọi  $A_1$  là li độ cực đại sau khi qua VTCB lần 1:  $\frac{kA_1^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - F_C(A + A_1)$

$$(A + A_1)(A - A_1) - \frac{2F_C}{k}(A + A_1) = 0 \Rightarrow (A - A_1) - \frac{2F_C}{k} = 0$$

$$\Rightarrow A_1 = A - \frac{2F_C}{k} = A - 2x_I$$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:  $\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = 2x_I$

Li độ cực đại sau khi qua VTCB lần n:  $A_n = A - \Delta A_{1/2}$

**Ví dụ 4:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng 1 N/m. Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị dãn 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Li độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng lần 1 là

A. 2 cm.

B. 6 cm.

C.  $4\sqrt{2}$  cm.

D.  $4\sqrt{3}$  cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,04(m) = 4(cm)$$

Li độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng lần 1:

$$A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 10 - 4 = 6(cm)$$

**Ví dụ 5:** Lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và chiều dài tự nhiên 30cm, một đầu cố định, một đầu gắn với một khúc gỗ nhỏ nặng 1 kg. Hệ được đặt trên mặt bàn nằm ngang, hệ số ma sát giữa

khúc gỗ và mặt bàn là 0,1. Gia tốc trọng trường lấy bằng  $10 \text{ m/s}^2$ . Kéo khúc gỗ trên mặt bàn để lò xo dài 40 cm rồi thả nhẹ cho khúc gỗ dao động. Chiều dài ngắn nhất của lò xo trong quá trình khúc gỗ dao động là

- A. 22 cm.                      B. 26 cm.                      C. 27,6 cm.                      D. 26,5 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

Biên độ dao động lúc đầu:  $A = l_{\max} - l_0 = 10(\text{cm}) = 0,1(\text{m})$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 10}{100} = 0,02(\text{m}) = 2(\text{cm})$$

Li độ cực đại của vật sau khi đi qua vị trí cân bằng lần 1:

$$A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 10 - 2 = 8(\text{cm})$$

Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{\min} = l_{cb} - A' = 30 - 8 = 22(\text{cm})$

**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng ngang, gồm vật nhỏ khối lượng 40 (g) và lò xo có độ cứng 20 (N/m). Vật chỉ có thể dao động theo phương Ox nằm ngang trùng với trục của lò xo. Khi vật ở O lò xo không biến dạng. Hệ số ma sát trượt giữa mặt phẳng ngang và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật để lò xo bị nén 8 cm rồi buông nhẹ. Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ (m/s}^2)$ . Li độ cực đại của vật sau lần thứ 3 vật đi qua O là

- A. 7,6 cm.                      B. 8 cm.                      C. 7,2 cm.                      D. 6,8 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án D**

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB:

$$\Delta A_{1/2} = \frac{2F_C}{k} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,04 \cdot 10}{20} = 0,004(\text{m}) = 0,4(\text{cm})$$

Li độ cực đại sau khi qua O lần 1:  $A_1 = A - \Delta A_{1/2} = 7,6(\text{cm})$

Li độ cực đại sau khi qua O lần 2:  $A_2 = A - 2\Delta A_{1/2} = 7,2(\text{cm})$

Li độ cực đại sau khi qua O lần 3:  $A_3 = A - 3\Delta A_{1/2} = 6,8(\text{cm})$

*Chú ý: Nếu lúc đầu vật ở P thì quãng đường đi được sau thời gian:*

$$t = \frac{T}{2} \text{ là: } S = A + A_1$$

$$t = 2 \cdot \frac{T}{2} \text{ là: } S = A + 2A_1 + A_2$$