

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 = 0,97A \\ A_2 = 0,97A_1 = 0,97^2 A \\ \dots \\ A_n = 0,97^n \end{cases} \Rightarrow \frac{W_n}{W} = \frac{\frac{m\omega^2 A_n^2}{2}}{\frac{m\omega^2 A^2}{2}} = \left(\frac{A_n}{A}\right)^2 = 0,97^{2n} \cdot 100\%$$

**Chú ý:** Nếu cơ năng lúc đầu là  $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2$  và con lắc chỉ thực hiện được thời

gian  $\Delta t$  (hay được  $N = \frac{\Delta t}{T}$  dao động) thì

\* độ hao hụt cơ năng trung bình sau mỗi chu kì là  $\Delta W = \frac{W}{N}$

\* công suất hao phí trung bình là  $P_{hp} = \frac{W}{\Delta t}$  (muốn duy trì dao động thì công suất cần cung cấp

đúng bằng công suất hao phí).

**Ví dụ 9:** Một con lắc đơn có chiều dài 0,992 (m), quả cầu nhỏ có khối lượng 25 (g). Cho nó dao động tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 m/s<sup>2</sup> với biên độ góc 4<sup>0</sup>, trong môi trường có lực cản tác dụng. Biết con lắc đơn chỉ dao động được 50 (s) thì ngừng hẳn. Gọi  $\Delta W$  và  $P_{hp}$  lần lượt là độ hao hụt cơ năng trung bình sau một chu kì và công suất hao phí trung bình trong quá trình dao động. Lựa chọn các phương án đúng.

- A.  $\Delta W = 20 \mu J$       B.  $P_{hp} = 10 \mu W$       C.  $P_{hp} = 12 \mu W$       D.  $\Delta W = 24 \mu J$

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án C, D

$$\begin{cases} W = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 = \frac{0,025 \cdot 9,8 \cdot 0,992}{2} \cdot \left(\frac{4}{180} \pi\right)^2 \approx 5,9 \cdot 10^{-4} (J) \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,992}{9,8}} \approx 2 (s) \Rightarrow N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{50}{2} = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta W = \frac{W}{N} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{25} \approx 24 \cdot 10^{-6} (J) \\ P_{hp} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{5,9 \cdot 10^{-4}}{50} \approx 12 \cdot 10^{-6} (W) = 12 (\mu W) \end{cases}$$

**Ví dụ 10:** Một con lắc đồng hồ được coi như một con lắc đơn dao động tại nơi có gia tốc trọng trường 9,8 (m/s<sup>2</sup>); vật nặng có khối lượng 1 (kg), sợi dây dài 1 (m) và biên độ góc lúc đầu là 10<sup>0</sup>. Do chịu tác dụng của một lực cản không đổi nên nó chỉ dao động được 500 (s). Phải cung cấp năng lượng là bao nhiêu để duy trì dao động với biên độ 10<sup>0</sup> trong một tuần. Xét các trường hợp: quá trình cung cấp liên tục và quá trình cung cấp chỉ diễn ra trong thời gian ngắn sau mỗi nửa chu kì.

**Hướng dẫn:**

$$\left\{ \begin{array}{l} W = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 = \frac{1,9,8,1}{2} \cdot \left( \frac{10}{180} \pi \right)^2 = 0,14926(J) \\ \text{Công suất hao phí: } P_{hp} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{0,14926}{500} = 2,985 \cdot 10^{-4} (W) \end{array} \right.$$

\* **Trường hợp 1:** quá trình cung cấp là liên tục thì công suất cần cung cấp đúng bằng công suất hao phí. Do đó, năng lượng có ích cần cung cấp:

$$A_{\text{có ích}} = P_{\text{cung cấp}} \cdot t = P_{\text{hao phí}} \cdot t = \frac{W}{\Delta t} \cdot t = \frac{0,14926}{500} \cdot 7.86400 \approx 180,5(J)$$

\* **Trường hợp 2:** quá trình cung cấp chỉ diễn ra trong thời gian ngắn sau mỗi nửa chu kì thì năng lượng cần cung cấp sau mỗi nửa chu kì đúng bằng công của lực ma sát thực hiện trong nửa chu kì đó:  $\Delta W_{1/2} = F_{ms} \cdot 2A$ . Do đó, năng lượng có ích cần cung cấp:

$$A_{\text{có ích}} = \Delta W_{1/2} \times \text{Số lần chu kì} = \Delta W_{1/2} \cdot \frac{1}{0,5T} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } \Delta t = NT = \frac{A}{\Delta A} T = \frac{kA}{4F_{ms}} T = \frac{\frac{kA^2}{2}}{F_{ms} \cdot 2A} T = \frac{W}{\Delta W_{1/2}} T \Rightarrow \Delta W_{1/2} = \frac{W}{\Delta t} T \quad (2)$$

$$\text{Thay (2) vào (1): } A_{\text{có ích}} = \frac{W}{\Delta t} T \cdot \frac{t}{0,5T} = 2 \frac{W}{\Delta t} t \approx 361(J)$$

**Chú ý:** Nếu sau n chu kì biên độ góc giảm từ  $\alpha_1$  xuống  $\alpha_2$  thì công suất hao phí trung bình là

$$P_{hp} = \frac{W_1 - W_2}{\Delta t} = \frac{\frac{mgl}{2} \alpha_1^2 - \frac{mgl}{2} \alpha_2^2}{n \cdot T}$$

**Ví dụ 11:** Một con lắc đơn có vật dao động nặng 0,9 kg, chiều dài dây treo 1 m dao động với biên độ góc  $5,5^0$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ (m/s}^2)$ . Do có lực cản nhỏ nên sau 8 dao động biên độ góc còn lại là  $4,5^0$ . Hỏi để duy trì dao động với biên độ  $5,5^0$  cần phải cung cấp cho nó năng lượng với công suất bao nhiêu? Biết rằng, quá trình cung cấp liên tục.

- A. 836,6 mW.      B. 48  $\mu$ W.      C. 836,6  $\mu$ W.      D. 48 mW.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án C**

$$\Delta t = 8T = 8 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 16\pi \sqrt{\frac{l}{9,8}} \approx 16,057(s)$$

$$\Delta W = \frac{mgl}{2} \alpha_{\max}^2 - \frac{mgl}{2} \alpha_{\min}^2 = \frac{0,9,9,8,1}{2} \left( \left( \frac{5,5\pi}{180} \right)^2 - \left( \frac{4,5\pi}{180} \right)^2 \right) \approx 13,434 \cdot 10^{-3} (J)$$

$$P_{\text{cung cấp}} = P_{\text{hao phí}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = 836,6 \cdot 10^{-6} (W)$$

**Chú ý:**

\* Năng lượng có ích cần cung cấp sau thời gian  $t$  là  $A_{\text{có ích}} = P_{\text{cung cấp}} \cdot t$

\* Nếu hiệu suất của quá trình cung cấp là  $H$  thì năng lượng toàn phần cần cung cấp là

$$A_{\text{toàn phần}} = \frac{A_{\text{có ích}}}{H} = \frac{P_{\text{cung cấp}} \cdot t}{H}$$

\* Nếu dùng nguồn điện một chiều có suất điện động  $E$  và điện lượng  $Q$  để cung cấp thì năng lượng toàn phần cần cung cấp là  $A_{\text{toàn phần}} = EQ \Leftrightarrow \frac{P_{\text{cung cấp}} \cdot t}{H} = EQ$

**Ví dụ 12:** Một con lắc đơn có dao động nhỏ tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$  với dây dài  $1 \text{ (m)}$ , quả cầu nhỏ có khối lượng  $80 \text{ (g)}$ . Cho nó dao động với biên độ góc  $0,15 \text{ (rad)}$  trong môi trường có lực cản tác dụng thì nó chỉ dao động được  $200 \text{ (s)}$  thì ngừng hẳn. Duy trì dao động bằng cách dùng một hệ thống lên giây cót sao cho nó chạy được trong một tuần lễ với biên độ góc  $0,15 \text{ (rad)}$ . Tính công cần thiết để lên giây cót. Biết  $80\%$  năng lượng dùng để thắng lực ma sát do hệ thống các bánh răng cưa. Biết quá trình cung cấp liên tục.

- A. 183 J.                      B. 133 J.                      C. 33 J.                      D. 193 J.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

$$W = \frac{mgl}{2} \alpha_{\text{max}}^2 = \frac{0,08 \cdot 9,8 \cdot 1}{2} \cdot 0,15^2 = 8,82 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

$$\text{Công suất hao phí: } P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{8,82 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}}{200 \text{ (s)}} = 4,41 \cdot 10^{-5} \text{ (W)}$$

$$\text{Năng lượng cần bổ sung sau một tuần: } 4,41 \cdot 10^{-5} \cdot 7.86400 = 26,67168 \text{ (J)}$$

$$\text{Vì chỉ có } 20\% \text{ có ích nên công toàn phần: } \frac{100}{20} \cdot 26,67168 \approx 133 \text{ (J)}$$

**Ví dụ 13:** Một con lắc đơn có vật dao động nặng  $0,1 \text{ kg}$ , dao động với biên độ góc  $6^0$  và chu kì  $2 \text{ (s)}$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$ . Do có lực cản nhỏ nên sau  $4$  dao động biên độ góc còn lại là  $5^0$ . Duy trì dao động bằng cách dùng một hệ thống lên giây cót sao cho nó chạy được trong một tuần lễ với biên độ góc  $6^0$ . Biết  $85\%$  năng lượng được dùng để thắng lực ma sát do hệ thống các bánh răng cưa. Tính công cần thiết để lên giây cót. Biết rằng quá trình cung cấp liên tục.

- A. 504 J.                      B. 822 J.                      C. 252 J.                      D. 193 J.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9,8 \cdot 2^2}{4\pi^2} \approx 0,993 \text{ (m)}$$