

- A. $\left(-2, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup (0, 2) \cup \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$. B. $x \notin \{-2, 0, 2\}$.
 C. $-2 < x < 0$. D. $0 < x < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$.

Với điều kiện trên ta có $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \leq \frac{2}{x+2} \Leftrightarrow \frac{x(x+2) - (x-2)(x+2) - 2x(x-2)}{(x-2)x(x+2)} \leq 0$.

$\Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 6x + 4}{(x-2)x(x+2)} \leq 0$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$\frac{3-\sqrt{17}}{2}$	0	2	$\frac{3+\sqrt{17}}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $\left(-2, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup (0, 2) \cup \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\left|\frac{3x}{x^2-4}\right| < 1$ là

- A. $S = (-\infty, -4) \cup (-1, 1) \cup (4, +\infty)$. B. $S = (-\infty, -4)$.
 C. $S = (-1, 1)$. D. $S = (4, +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $x \neq \pm 2$

$$\left|\frac{3x}{x^2-4}\right| < 1 \Leftrightarrow -1 < \frac{3x}{x^2-4} < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{x^2-4} > -1 \\ \frac{3x}{x^2-4} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{x^2-4} + 1 > 0 \\ \frac{3x}{x^2-4} - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+3x-4}{x^2-4} > 0 \\ \frac{-x^2+3x+4}{x^2-4} < 0 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu ta được nghiệm của bất phương trình là $\begin{cases} x < -4 \\ -1 < x < 1 \\ x > 4 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm bất phương trình là: $S = (-\infty, -4) \cup (-1, 1) \cup (4, +\infty)$.

Câu 22: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = 4$. D. $k = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì:

Chọn A

Lập bảng phá dấu giá trị tuyệt đối giải BPT trong từng khoảng ta được nghiệm là A.

Cách khác:

$$\text{Trường hợp 1: } \begin{cases} |x-1|-3 > 0 \\ |x+2|-5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 3 \\ x-1 < -3 \\ -5 < x+2 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -2 \\ -7 < x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -7 < x < -2$$

$$\text{Trường hợp 2: } \begin{cases} |x-1|-3 < 0 \\ |x+2|-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x-1 < 3 \\ x+2 > 5 \\ x+2 < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 4 \\ x > 3 \\ x < -7 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x < 4$$

Câu 25: Bất phương trình: $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ có nghiệm là:

- A.** $3 < x \leq 5$. **B.** $2 < x \leq 3$. **C.** $-5 < x \leq -3$. **D.** $-3 < x \leq -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+6x-5 \geq 0 \\ 8-2x < 0 \\ 8-2x \geq 0 \\ -x^2+6x-5 > (8-2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \\ x \leq 4 \\ -5x^2+38x-69 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \\ x \leq 4 \\ 3 < x < \frac{25}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 3 < x \leq 5.$$

Câu 27: Bất phương trình: $\sqrt{2x+1} < 3-x$ có nghiệm là:

- A.** $\left[-\frac{1}{2}; 4-2\sqrt{2}\right)$. **B.** $(3; 4+2\sqrt{2})$. **C.** $(4-2\sqrt{2}; 3)$. **D.** $(4+2\sqrt{2}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt{2x+1} < 3-x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 3-x > 0 \\ 2x+1 < (3-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x < 3 \\ -x^2+8x-8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x < 3 \\ \begin{cases} x > 4+2\sqrt{2} \\ x < 4-2\sqrt{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x < 4-2\sqrt{2}.$$

Câu 28: Nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x^2-x-6 \leq 0 \\ x^3+x^2-x-1 \geq 0 \end{cases}$ là:

- A.** $-2 \leq x \leq 3$. **B.** $-1 \leq x \leq 3$. **C.** $1 \leq x \leq 2$ hoặc $x = -1$. **D.** $1 \leq x \leq 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2x^2-x-6 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq 2, (I).$$

$$x^3 + x^2 - x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 1) \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad (II)$$

Từ (I) và (II) suy ra nghiệm của hệ là $S = [1; 2] \cup \{-1\}$.

Câu 29: Bất phương trình: $|x^4 - 2x^2 - 3| \leq x^2 - 5$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Nhiều hơn 2 nhưng hữu hạn.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t = x^2 \geq 0$

Ta có $|t^2 - 2t - 3| \leq t - 5$.

Nếu $t^2 - 2t - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -1 \\ t \geq 3 \end{cases}$ thì ta có $t^2 - 3t + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2$ loại

Nếu $t^2 - 2t - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 3$ thì ta có $-t^2 + t + 8 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq \frac{1 - \sqrt{33}}{2} \\ t \geq \frac{1 + \sqrt{33}}{2} \end{cases}$ loại.

Câu 30: Cho bất phương trình: $x^2 - 2x \leq |x - 2| + ax - 6$. Giá trị dương nhỏ nhất của a để bất phương trình có nghiệm gần nhất với số nào sau đây:

A. 0,5.

B. 1,6.

C. 2,2.

D. 2,6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trường hợp 1: $x \in [2; +\infty)$. Khi đó bất phương trình đã cho trở thành

$x^2 - (a+3)x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow a \geq x + \frac{8}{x} - 3 \geq 4\sqrt{2} - 3 \approx 2,65 \forall x \in [2; +\infty)$, dấu "=" xảy ra khi $x = 2\sqrt{2}$.

Trường hợp 2: $x \in (-\infty; 2)$. Khi đó bất phương trình đã cho trở thành

$x^2 - (a+1)x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq x + \frac{4}{x} - 1 \text{ khi } x \in (0; 2) & (1) \\ a \leq x + \frac{4}{x} - 1 \text{ khi } x \in (-\infty; 0) & (2) \end{cases}$. Giải (1) ta được $a > 3$ (theo bất

đẳng thức cauchy).

Giải (2): $a \leq x + \frac{4}{x} - 1 \Leftrightarrow a \leq -2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} - 1 = -5$.

Vậy giá trị dương nhỏ nhất của a gần với số 2,6.

Câu 31: Số nghiệm của phương trình: $\sqrt{x+8-2\sqrt{x+7}} = 2 - \sqrt{x+1-\sqrt{x+7}}$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x \geq -7$.

Đặt $t = \sqrt{x+7}$, điều kiện $t \geq 0$.

Ta có $\sqrt{t^2+1}-2t = 2-\sqrt{t^2-6-t} \Leftrightarrow |t-1| = 2-\sqrt{t^2-t-6}$

Nếu $t \geq 1$ thì ta có $3-t = \sqrt{t^2-t-6} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2-t-6 = 9-6t+t^2 \\ t \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow t=3 \Leftrightarrow \sqrt{x+7} = 3 \Leftrightarrow x=2$

Nếu $t < 1$ thì ta có $1+t = \sqrt{t^2-t-6} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2-t-6 = 1+2t+t^2 \\ t \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{7}{3} (l).$

Câu 32: Nghiệm của bất phương trình: $(x^2+x-2)\sqrt{2x^2-1} < 0$ là:

A. $\left(1; \frac{5-\sqrt{13}}{2}\right) \cup (2; +\infty).$

B. $\left\{-4; -5; -\frac{9}{2}\right\}.$

C. $\left(-2; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right).$

D. $(-\infty; -5] \cup \left[5; \frac{17}{5}\right] \cup \{3\}.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$(x^2+x-2)\sqrt{2x^2-1} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-1 > 0 \\ x^2+x-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x > \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -2 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-2; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right).$$

Câu 33: Bất phương trình $\frac{2x^2-x-1}{|x+1|-2x} \leq -2x^2+x+1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Nhiều hơn 3 nhưng hữu hạn.

Hướng dẫn giải

Chọn B

• Nếu $x \geq -1$ thì $\frac{2x^2-x-1}{|x+1|-2x} \leq -2x^2+x+1 \Leftrightarrow \frac{2x^2-x-1}{1-x} \leq -2x^2+x+1$
 $\Leftrightarrow \frac{2x^2-x-1-(1-x)(-2x^2+x+1)}{1-x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2-x-1-(-2x^2+x+1+2x^3-x^2-x)}{1-x} \leq 0$
 $\Leftrightarrow \frac{-2x^3+5x^2-x}{1-x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x(-2x^2+5x-1)}{1-x} \leq 0$

Cho $x=0$; $-2x^2+5x-1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{5-\sqrt{17}}{4} \end{cases}$; $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

Lập bảng xét dấu ta có: $0 \leq x \leq \frac{5-\sqrt{17}}{4} \vee 1 < x \leq \frac{5+\sqrt{17}}{4}.$

Vì là nghiệm nguyên nên có nghiệm là 0; 2

• Nếu $x < -1$ thì $\frac{2x^2-x-1}{|x+1|-2x} \leq -2x^2+x+1 \Leftrightarrow \frac{2x^2-x-1}{-1-3x} \leq -2x^2+x+1$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 1 - (-1 - 3x)(-2x^2 + x + 1)}{-1 - 3x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - x - 1 - (2x^2 - x - 1 + 6x^3 - 3x^2 - 3x)}{-1 - 3x} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-6x^3 + x^2 + 3x}{-1 - 3x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x(-6x^2 + x + 3)}{-1 - 3x} \leq 0$$

Cho $x=0$; $-6x^2 + x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{73}}{12} \\ x = \frac{1 - \sqrt{73}}{12} \end{cases}$; $-3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

Lập bảng xét dấu ta có: $\frac{1 - \sqrt{73}}{12} \leq x < -\frac{1}{3} \vee 0 \leq x \leq \frac{1 + \sqrt{73}}{12}$.

Vì là nghiệm nguyên nên có nghiệm là 0 (loại)

Vậy bất phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên.

Câu 34: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi

A. $m > 1$.

B. $m = 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \neq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x > m \end{cases}$.

Do đó hệ có nghiệm khi $m < 1$.

Câu 35: Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 .

A. $m < -\frac{7}{2}$.

B. $-2 < m < 1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$.

D. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12 = 0 (*) \end{cases}$

Giải sử phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , theo Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+3) \\ x_1 x_2 = 4m + 12 \end{cases}$$

Để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 . thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 và đều lớn hơn -1 .