

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

➤ DẠNG TOÁN 1: XÁC ĐỊNH TẬP HỢP VÀ PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP.

1. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Xác định các tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng

$$A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

$$B = \{0; 4; 8; 12; 16\}$$

$$C = \{1; 2; 4; 8; 16\}$$

Lời giải

Ta có các tập hợp A, B, C được viết dưới dạng nêu các tính chất đặc trưng là

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x:4 \text{ và } x \leq 16\}$$

$$C = \{2^n \mid n \leq 4 \text{ và } n \in \mathbb{N}\}$$

Ví dụ 2: Cho tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2 + 2}{x} \in \mathbb{Z}\right\}$

a) Hãy xác định tập A bằng cách liệt kê các phần tử

b) Tìm tất cả các tập con của tập hợp A mà số phần tử của nó nhỏ hơn 3.

Lời giải

a) Ta có $\frac{x^2 + 2}{x} = x + \frac{2}{x} \in \mathbb{Z}$ với $x \in \mathbb{Z}$ khi và chỉ khi x là ước của 2 hay $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

$$\text{Vậy } A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$$

b) Tất cả các tập con của tập hợp A mà số phần tử của nó nhỏ hơn 3 là Tập không có phần tử nào: \emptyset

Tập có một phần tử: $\{-2\}, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{2\}$

Tập có hai phần tử: $\{-2; -1\}, \{-2; 0\}, \{-2; 1\}, \{-2; 2\}, \{-1; 0\}$

$\{-1; 1\}, \{-1; 2\}, \{0; 1\}, \{0; 2\}, \{1; 2\}$.

Ví dụ 3: Cho $A = \{-4; -2; -1; 2; 3; 4\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}$. Tìm tập hợp X sao cho

a) $X \subset B \setminus A$

b) $A \subset X \subset B$

c) $A \cup X = B$ với X có đúng bốn phần tử

Lời giải

Ta có $\begin{cases} |x| \leq 4 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq 4 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

Suy ra $B = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

a) Ta có $B \setminus A = \{-3; 0; 1\}$

Suy ra $X \subset B \setminus A$ thì các tập hợp X là

$\emptyset, \{-3\}, \{0\}, \{1\}, \{-3; 0\}, \{-3; 1\}, \{0; 1\}, \{-3; 0; 1\}$

b) Ta có $\{-4; -2; -1; 2; 3; 4\} \subset X \subset \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$ suy ra tập hợp X là

$\{-4; -2; -1; 2; 3; 4\}, \{-4; -2; -3; -1; 2; 3; 4\}, \{-4; -2; -1; 0; 2; 3; 4\}$

$\{-4; -2; -1; 1; 2; 3; 4\}, \{-4; -2; -3; -1; 0; 2; 3; 4\}, \{-4; -2; -3; -1; 1; 2; 3; 4\}$

$\{-4; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}, \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

c) Ta có $A \cup X = B$ với X có đúng bốn phần tử khi đó tập hợp X là $\{-4; -3; 0; 1\}, \{-3; -2; 0; 1\}, \{-3; -1; 0; 1\}, \{-3; 0; 1; 2\}, \{-3; 0; 1; 3\}, \{-3; 0; 1; 4\}$

Ví dụ 4: Cho các tập hợp:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 + 7x + 6)(x^2 - 4) = 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x \leq 8\}$$

$$C = \{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z} \text{ và } -2 \leq x \leq 4\}$$

a) Hãy viết lại các tập hợp A, B, C dưới dạng liệt kê các phần tử

b) Tìm $A \cup B, A \cap B, B \setminus C, C_{A \cup B}(B \setminus C)$.

c) Tìm $(A \cup C) \setminus B$.

Lời giải

a) • Ta có: $(x^2 + 7x + 6)(x^2 - 4) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 7x + 6 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } A = \{-6; -2; -1; 2\}$$

• Ta có $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ 2x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

$$\text{Vậy } B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

• Ta có $\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ -2 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

$$\text{Suy ra } C = \{-3; -1; 1; 3; 5; 7; 9\}$$

b) Ta có: $A \cup B = \{-6; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}, A \cap B = \{2\}, B \setminus C = \{0; 2; 4\}$

$$C_{A \cup B}(B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (B \setminus C) = \{-6; -2; -1; 1; 3\}$$

c) Ta có: $A \cup C = \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 5; 7; 9\}$

$$\text{Suy ra } (A \cup C) \setminus B = \{-6; -3; -2; -1; 5; 7; 9\}$$

2. Bài tập luyện tập.

Bài 1.27: Xác định các tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng

$$A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}, B = \{1; 3; 5; 7; 9\}, C = \{0; 1; 4; 9; 16; 25\}$$

Bài 1.28: a) Trong các tập sau đây, tập nào là tập con của tập nào

$$A = \{1; 2; 3\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 4\}$$

$$C = (0; +\infty)$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 7x + 3 = 0\}$$

b) Tìm tất cả các tập X thỏa mãn bao hàm thức sau;

$$\{1; 2\} \subset X \subset \{1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Bài 1.29: Cho tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{14}{3\sqrt{x} + 6} \in \mathbb{Z}\right\}$

a) Hãy xác định tập A bằng cách liệt kê các phần tử

b) Tìm tất cả các tập con của tập hợp A.

Bài 1.30: Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^4 - 16)(x^2 - 1) = 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 9 \leq 0\}$.

Tìm tập hợp X sao cho

a) $X \subset B \setminus A$

b) $A \setminus B = X \cap A$ với X có đúng hai phần tử

Bài 1.31: Cho tập $A = \{-1; 1; 5; 8\}$, $B =$ "Gồm các ước số nguyên dương của 16"

a) Viết tập A dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử.

Viết tập B dưới dạng liệt kê các phần tử.

b) Xác định các phép toán $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$.

Bài 1.32: Cho các tập hợp $E = \{x \in N \mid 1 \leq x < 7\}$

$A = \{x \in N \mid (x^2 - 9)(x^2 - 5x - 6) = 0\}$ và $B = \{x \in N \mid x \text{ là số nguyên tố nhỏ hơn } 6\}$

a) Chứng minh rằng $A \subset E$ và $B \subset E$

b) Tìm $C_E A$; $C_E B$; $C_E(A \cup B)$

c) Chứng minh rằng: $E \setminus (A \cap B) = (E \setminus A) \cup (E \setminus B)$