

Một số ví dụ minh họa:

Vi dụ 1: Viết thêm hai số hạng của các dãy số sau:

a) 1, 2, 3, 5, 8, 13,...

c) 1, 4, 9, 16, 25, 36,...

b) 1, 2, 3, 6, 12, 24,...

d) 2, 12, 30, 56, 90,...

Bài giải:

a) 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

c) 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

Ta nhận thấy: $3 = 1 + 2$

Ta nhận thấy: $1 = 1 \times 1$

$$5 = 2 + 3$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$8 = 3 + 5$$

$$9 = 3 \times 3$$

$$13 = 5 + 8$$

$$16 = 4 \times 4$$

$$25 = 5 \times 5$$

$$36 = 6 \times 6$$

Vậy, hai số tiếp theo của dãy số là:

Vậy, hai số tiếp theo của dãy số là:

$$8 + 13 = 21$$

$$7 \times 7 = 49$$

$$13 + 21 = 34$$

$$8 \times 8 = 64$$

b) 1, 2, 3, 6, 12, 24,...

d) 2, 12, 30, 56, 90,...

Ta nhận thấy: $3 = 1 + 2$

Ta nhận thấy: $2 = 1 \times 2$

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$12 = 3 \times 4$$

$$12 = 1 + 2 + 3 + 6$$

$$30 = 5 \times 6$$

$$24 = 1 + 2 + 3 + 6 + 12$$

$$56 = 7 \times 8$$

$$90 = 9 \times 9$$

Vậy, hai số tiếp theo của dãy số là:

$$1+2+3+6+12+24=48$$

$$1+2+3+6+12+24+48=96$$

Vậy, hai số tiếp theo của dãy số là:

$$11 \times 12 = 132$$

$$13 \times 14 = 182$$

Ví dụ 2: Cho dãy số 1, 7, 13, 19, 25, 31, ...

Hãy cho biết các số 250; 363; 2011 có thuộc dãy số đã cho hay không.

Bài giải

Phân tích các số hạng của dãy số:

$$1=0 \times 3+1$$

$$19=6 \times 3+1$$

$$7=2 \times 3+1$$

$$25=8 \times 3+1$$

$$13=4 \times 3+1$$

$$31=10 \times 3+1$$

Trong dãy số trên, mỗi số hạng của dãy số đều là số chia cho 3 dư 1 và có thương là một số chẵn.

Xét các số đã cho, ta có:

- Số 250 = $83 \times 3 + 1$. Số 250 chia cho 3 dư 1 nhưng thương là một số lẻ nên không thuộc dãy số.

- Số 363 = 121×3 . Số 363 chia hết cho 3 nên không thuộc dãy số đã cho.

- Số 2011 = $670 \times 3 + 1$. Số 2011 chia cho 3 dư 1 và có thương là một số chẵn nên thuộc dãy số đã cho.

Ví dụ 3: Cho dãy số tự nhiên: 19, 28, 37, 46, ...

a) Tìm số thứ 1997 của dãy số.

b) Số 19971998, 19981999 có mặt trong dãy số không? Vì sao?

(Thi học sinh giỏi toán lớp 5 quận Hai Bà Trưng - Hà Nội năm học 1997 - 1998)

Bài giải

Xét dãy số 19, 28, 37, 46,... dạng $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k, \dots, a_n$

Nhận xét:

Số hạng thứ nhất a_1 : $19 = 2 \times 9 + 1$

Số hạng thứ hai a_2 : $28 = 3 \times 9 + 1$

Số hạng thứ ba a_3 : $37 = 4 \times 9 + 1$

Số hạng thứ tư a_4 : $46 = 5 \times 9 + 1$

.....

.....

Số hạng thứ n a_n : $a_n = (n+1) \times 9 + 1$

a) Vậy, số hạng thứ 1997 của dãy số là: $(1997 + 1) \times 9 + 1 = 17983$

b) Các số hạng trong dãy số đã cho chia cho 9 dư 1.

- Số 19971998 có tổng các chữ số bằng 53 nên chia cho 9 dư 8. Vậy số 19971998 không thuộc dãy số trên.

- Số 19981999 có tổng các chữ số bằng 55 nên số 19981999 chia cho 9 dư 1. Vậy số 19981999 thuộc dãy số trên.

Ví dụ 4: Cho $A = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 99$ (A là tích của 99 số tự nhiên từ 1 đến 99). Hỏi A có bao nhiêu chữ số tận cùng là chữ số 0?

Bài giải

Tích A có 99 số hạng trong đó có 49 số chẵn và 50 số lẻ.

Trong tích A có các thừa số chia hết cho 5 là: 5, 10, 15, 20, 25, 95.

Xét dãy số: 5, 10, 15, 20, 25, 95. Ta có, số số hạng của dãy số là: $\frac{95-5}{5} + 1 = 19$
(số)

Ta thấy 19 số hạng của dãy số trên có thể phân tích thành tích của một hay hai thừa số 5 với một số khác.

Ví dụ: $5 = 5 \times 1$; $10 = 5 \times 2$; $15 = 3 \times 5$; $20 = 4 \times 5$; $25 = 5 \times 5$;...

Vậy tích A có thể phân tích thành một tích mà trong đó có 22 thừa số 5.

(vì $25 = 5 \times 5$; $50 = 2 \times 5 \times 5$; $75 = 3 \times 5 \times 5$)

Một thừa số 5 nhân với một số chẵn sẽ cho một số tròn chục (có tận cùng là 0).

Vậy, A có 22 chữ số tận cùng là chữ số 0.

Ví dụ 5: Tồn tại hay không 71 số trong các số tự nhiên từ 1 đến 100 sao cho tổng của chúng bằng tổng của các số còn lại.

(Trích đề thi vào lớp 6 trường Marie Curie năm 2012 - câu thưởng điểm)

Bài giải

Xét dãy số: 1, 2, 3, 4, 5, ... 100.

Tổng của dãy số trên là: $(100 + 1) : 2 \times 100 = 5050$.

Nửa tổng của dãy số trên là: $5050 : 2 = 2525$

Xét $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 71$. Ta có: $S = (71 + 1) : 2 \times 71 = 2556$

Ta thấy: $2556 > 2525$.

Nếu ta thay bất kì số hạng nào của tổng S bằng các số từ 72 đến 100 thì được tổng mới lớn hơn 2556.

Do $S = 2556 > 2525$ nên không tồn tại 71 số có tổng bằng 2525 số còn lại trong các số tự nhiên từ 1 đến 100.