

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

➤ DẠNG TOÁN 1: TÍNH SAI SỐ TUYỆT ĐỐI, SAI SỐ TƯƠNG ĐỐI CỦA SỐ GẦN ĐÚNG. VIẾT SỐ QUY TRÒN.

1. Các ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Độ dài của cái cầu bên thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu.

Lời giải

Ta có độ dài gần đúng của cầu là $a = 996$ với độ chính xác $d = 0,5$

Vì sai số tuyệt đối $\Delta_a \leq d = 0,5$ nên sai số tương đối $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \leq \frac{d}{|a|} = \frac{0,5}{996} \approx 0,05\%$

Vậy sai số tương đối tối đa trong phép đo trên là $0,05\%$.

Ví dụ 2: Hãy xác định sai số tuyệt đối của các số gần đúng a, b biết sai số tương đối của chúng.

a) $a = 123456, \delta_a = 0,2\%$ b) $a = 1,24358, \delta_a = 0,5\%$

Lời giải

Ta có $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \Leftrightarrow \Delta_a = |a| \delta_a$

a) Với $a = 123456, \delta_a = 0,2\%$ ta có sai số tuyệt đối là

$$\Delta_a = 123456 \cdot 0,2\% = 146,912$$

b) Với $a = 1,24358, \delta_a = 0,5\%$ ta có sai số tuyệt đối là

$$\Delta_a = 1,24358 \cdot 0,5\% = 0,0062179$$

Ví dụ 3: Làm tròn các số sau với độ chính xác cho trước.

a) $a = 2,235$ với độ chính xác $d = 0,002$

b) $a = 23748023$ với độ chính xác $d = 101$

Lời giải

a) Ta có $0,001 < 0,002 < 0,01$ nên hàng cao nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó là hàng phần trăm

Do đó ta phải quy tròn số $a = 2,235$ đến hàng phần trăm suy ra $\bar{a} \approx 2,24$.

b) Ta có $100 < 101 < 1000$ nên hàng cao nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó là hàng nghìn

Do đó ta phải quy tròn số $a = 23748023$ đến hàng nghìn suy ra $\bar{a} \approx 23748000$.

Ví dụ 4: a) Hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm và hàng phần nghìn biết $\sqrt{8} = 2,8284\dots$. Ước lượng sai số tuyệt đối trong mỗi trường hợp.

b) Hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt[3]{2015^4}$ chính xác đến hàng chục và hàng trăm biết $\sqrt[3]{2015^4} = 25450,71\dots$. Ước lượng sai số tuyệt đối trong mỗi trường hợp.

Lời giải

a) Ta có $\sqrt{8} = 2,8284\dots$ do đó giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ đến hàng phần trăm là $2,83$

$$\text{Ta có } |\sqrt{8} - 2,83| = 2,83 - \sqrt{8} \leq 2,83 - 2,8284 = 0,0016$$

Suy ra sai số tuyệt đối của số gần đúng $2,83$ không vượt quá $0,0016$.

Giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ đến hàng phần nghìn là 2,828

Ta có $|\sqrt{8} - 2,828| = \sqrt{8} - 2,828 \leq 2,8284 - 2,828 = 0,0004$

Suy ra sai số tuyệt đối của số gần đúng 2,828 không vượt quá 0,0004.

b) Sử dụng máy tính bỏ túi ta có $\sqrt[3]{2015^4} = 25450,71966\dots$

Do đó giá trị gần đúng của $\sqrt[3]{2015^4}$ đến hàng chục là 25450

Ta có $|\sqrt[3]{2015^4} - 25450| = \sqrt[3]{2015^4} - 25450 \leq 25450,72 - 25450 = 0,72$

Suy ra sai số tuyệt đối của số gần đúng 25450 không vượt quá 0,72.

Giá trị gần đúng của $\sqrt[3]{2015^4}$ đến hàng trăm là 25500.

Ta có $|\sqrt[3]{2015^4} - 25500| = 25500 - \sqrt[3]{2015^4} \leq 25500 - 25450,71 = 49,29$

Suy ra sai số tuyệt đối của số gần đúng 25500 không vượt quá 49,29.

Ví dụ 5: Một cái ruộng hình chữ nhật có chiều dài là $x = 23m \pm 0,01m$ và chiều rộng là $y = 15m \pm 0,01m$. Chứng minh rằng

a) Chu vi của ruộng là $P = 76m \pm 0,04m$

b) Diện tích của ruộng là $S = 345m \pm 0,3801m$

Lời giải

a) Giả sử $x = 23 + a$, $y = 15 + b$ với $-0,01 \leq a, b \leq 0,01$

Ta có chu vi ruộng là $P = 2(x + y) = 2(38 + a + b) = 76 + 2(a + b)$

Vì $-0,01 \leq a, b \leq 0,01$ nên $-0,04 \leq 2(a + b) \leq 0,04$

Do đó $|P - 76| = |2(a + b)| \leq 0,04$

Vậy $P = 76m \pm 0,04m$

b) Diện tích ruộng là $S = x.y = (23 + a)(15 + b) = 345 + 23b + 15a + ab$

Vì $-0,01 \leq a, b \leq 0,01$ nên $|23b + 15a + ab| \leq 23.0,01 + 15.0,01 + 0,01.0,01$

hay $|23b + 15a + ab| \leq 0,3801$ suy ra $|S - 345| \leq 0,3801$

Vậy $S = 345m \pm 0,3801m$.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1.48: Theo thống kê dân số Việt Nam năm 2002 là 79715675 người. Giả sử sai số tuyệt đối nhỏ hơn 10000. Hãy viết quy tròn của số trên.

Bài 1.49: Đo độ cao một ngọn núi là $h = 1372,5m \pm 0,1m$. Hãy viết số quy tròn của số 1372,5

Bài 1.50: Đo độ cao một ngọn cây là $h = 347,13m \pm 0,2m$. Hãy viết số quy tròn của số 347,13

Bài 1.51: Cho giá trị gần đúng của π là $a = 3,141592653589$ với độ chính xác là 10^{-10} . Hãy viết số quy tròn của a.

Bài 1.52. Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của mỗi số sau, chính xác đến hàng phần trăm và hàng phần nghìn :

a) $\sqrt{3}$;

b) π^2 .

Bài 1.53: Hãy viết số quy tròn của số a với độ chính xác d được cho sau đây :

a) $\bar{a} = 17658 \pm 16$;

b) $\bar{a} = 15,318 \pm 0,056$.

Bài 1.54: Cho $a = 15 \pm 0,002$, $b = 0,123 \pm 0,001$, $c = 13 \pm 0,05$ Chứng minh rằng:

a) $a + b = 15,123 \pm 0,003$

b) $20a - 10b + c = 311,77 \pm 0,1$

c) $a + bc = 16,599 \pm 0,02115$

Bài 1.55: Cho số $x = \frac{2}{7}$. Cho các giá trị gần đúng của x là : 0,28 ; 0,29 ; 0,286 . Hãy xác định sai số tuyệt đối trong từng trường hợp và cho biết giá trị gần đúng nào là tốt nhất.

Bài 1.56: Một miếng đất hình chữ nhật có chiều rộng $x = 43m \pm 0,5m$ và chiều dài $y = 63m \pm 0,5m$. Chứng minh rằng chu vi P của miếng đất là $P = 212m \pm 2m$.

Bài 1.57: Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh đo được như sau :

$a = 12\text{ cm} \pm 0,2\text{ cm}$; $b = 10,2\text{ cm} \pm 0,2\text{ cm}$; $c = 8\text{ cm} \pm 0,1\text{ cm}$.

Tính chu vi P của tam giác và đánh giá sai số tuyệt đối, sai số tương đối của số gần đúng của chu vi qua phép đo.