B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

- **DẠNG TOÁN 1: XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ .**

1. Phương pháp giải.

- Để xác định hàm số bậc nhất ta là như sau

Gọi hàm số cần tìm là $y = ax + b, a \neq 0$. Căn cứ theo giả thiết bài toán để thiết lập và giải hệ phương trình với ẩn a, b, từ đó suy ra hàm số cần tìm.

- Cho hai đường thẳng $d_1 : y = a_1x + b_1$ và $d_2 : y = a_2x + b_2$. Khi đó:

a) d_1 và d_2 trùng nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$;

b) d_1 và d_2 song song nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$;

c) d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow a_1 \neq a_2$. Và tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} y = a_1x + b_1 \\ y = a_2x + b_2 \end{cases}$

d) d_1 và d_2 vuông góc nhau $\Leftrightarrow a_1.a_2 = -1$.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Cho hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng d. Tìm hàm số đó biết:

a) d đi qua $A(1;3)$, $B(2;-1)$

b) d đi qua $C(3;-2)$ và song song với $\Delta : 3x - 2y + 1 = 0$

c) d đi qua $M(1;2)$ và cắt hai tia Ox, Oy tại P, Q sao cho $S_{\Delta OPQ}$ nhỏ nhất.

d) d đi qua $N\ 2;-1$ và $d \perp d'$ với $d' : y = 4x + 3$.

Lời giải

Gọi hàm số cần tìm là $y = ax + b, a \neq 0$

a) Vì $A \in d$ và $B \in d$ nên ta có hệ phương trình

$\begin{cases} 3 = a + b \\ -1 = 2a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 7 \end{cases}$

Vậy hàm số cần tìm là $y = -4x + 7$

b) Ta có $\Delta : y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}$. Vì d $//\Delta$ nên $\begin{cases} a = \dfrac{3}{2} \\ b \neq \dfrac{1}{2} \end{cases}$ (1)

Mặt khác $C \in d \Rightarrow -2 = 3a + b$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = \dfrac{3}{2} \\ b = -\dfrac{13}{2} \end{cases}$

Vậy hàm số cần tìm là $y=\frac{3}{2}x-\frac{13}{2}$

c) Đường thẳng d cắt trục Ox tại $P\left(-\frac{b}{a};0\right)$ và cắt Oy tại $Q\left(0;b\right)$ với $a<0,\ b>0$

Suy ra $S_{\Delta OPQ}=\frac{1}{2}OP.OQ=\frac{1}{2}.\left|-\frac{b}{a}\right|.\left|b\right|=-\frac{b^2}{2a}$ (3)

Ta có $M\in d\Rightarrow 2=a+b\Rightarrow b=2-a$ thay vào (3) ta được

$S_{\Delta OPQ}=-\frac{\left(2-a\right)^2}{2a}=-\frac{2}{a}-\frac{a}{2}+2$

Áp dụng bất đẳng thức côsi ta có

$-\frac{2}{a}-\frac{a}{2}\ge 2\sqrt{\left(-\frac{2}{a}\right).\left(-\frac{a}{2}\right)}=2\Rightarrow S_{\Delta OPQ}\ge 4$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}-\frac{2}{a}=-\frac{a}{2}\\ a<0\end{cases}\Leftrightarrow a=-2\Rightarrow b=4$

Vậy hàm số cần tìm là $y=-2x+4$.

d) Đường thẳng d đi qua $N\left(2;-1\right)$ nên $-1=2a+b$ (4)

Và $d\perp d'\Rightarrow 4.a=-1\Leftrightarrow a=-\frac{1}{4}$ thay vào (4) ta được $b=-\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=-\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}$.

Ví dụ 2: Cho hai đường thẳng $d:y=x+2m,\ d':y=3x+2$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng hai đường thẳng $d,\ d'$ cắt nhau và tìm tọa độ giao điểm của chúng

b) Tìm m để ba đường thẳng d, d' và $d'':y=-mx+2$ phân biệt đồng quy.

Lời giải

a) Ta có $a_d=1\ne a_{d'}=3$ suy ra hai đường thẳng $d,\ d'$ cắt nhau.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d,\ d'$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}y=x+2m\\ y=3x+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=m-1\\ y=3m-1\end{cases}$

suy ra $d,\ d'$ cắt nhau tại $M\left(m-1;3m-1\right)$

b) Vì ba đường thẳng $d,\ d',\ d''$ đồng quy nên $M\in d''$ ta có

$3m-1=-m\left(m-1\right)+2\Leftrightarrow m^2+2m-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-3\end{array}\right.$

- Với $m=1$ ta có ba đường thẳng là $d:y=x+2,\ d':y=3x+2,\ d'':y=-x+2,$ phân biệt và đồng quy tại $M\left(0;2\right)$.
- Với $m=-3$ ta có $d'\equiv d''$ suy ra $m=-3$ không thỏa mãn

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 3: Cho đường thẳng $d:y=\left(m-1\right)x+m$ và $d':y=\left(m^2-1\right)x+6$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

a) Tìm m để hai đường thẳng $d,\ d'$ song song với nhau

b) Tìm m để đường thẳng d cắt trục tung tại A, d' cắt trục hoành tại B sao cho tam giác OAB cân tại O

Lời giải

a) Với $m = 1$ ta có $d : y = 1,\ d' : y = 6$ do đó hai đường thẳng này song song với nhau

Với $m = -1$ ta có $d : y = -2x - 1,\ d' : y = 6$ suy ra hai đường thẳng này cắt nhau tại $M\left(-\dfrac{7}{2};6\right)$

Với $m \neq \pm 1$ khi đó hai đường thẳng trên là đồ thị của hàm số bậc nhất nên song song với nhau khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 1 = m^2 - 1 \\ m \neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 0 \end{array}\right. \\ m \neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 0 \end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện $m \neq \pm 1$ suy ra $m = 0$.

Vậy $m = 0$ và $m = 1$ là giá trị cần tìm.

b) Ta có tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = \ \ m - 1\ \ x + m \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = m \end{cases} \Rightarrow A\ \ 0;m$

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = \ \ m^2 - 1\ \ x + 6 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ \ m^2 - 1\ \ x + 6 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ (*)

Rõ ràng $m = \pm 1$ hệ phương trình (*) vô nghiệm

Với $m \neq \pm 1$ ta có (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{6}{1 - m^2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow B\left(\dfrac{6}{1 - m^2};0\right)$

Do đó tam giác OAB cân tại $O \Leftrightarrow \left|m\right| = \left|\dfrac{6}{1 - m^2}\right|$

$\Leftrightarrow \left|m - m^3\right| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m - m^3 = 6 \\ m - m^3 = -6 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^3 - m + 6 = 0 \\ m^3 - m - 6 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = 2 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy $m = \pm 2$ là giá trị cần tìm.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 2.16: Cho hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng d. Tìm hàm số đó biết:

a) d đi qua $A(1;1),\ B(3;-2)$

b) d đi qua $C(2;-2)$ và song song với $\Delta : x - y + 1 = 0$

c) d đi qua $M(1;2)$ và cắt hai tia Ox, Oy tại P, Q sao cho ΔOPQ cân tại O.

d) d đi qua $N\ \ 1;-1$ và $d \perp d'$ với $d' : y = -x + 3$.

Bài 2.17: Tìm m để ba đường thẳng $d : y = 2x,\ d' : y = -x + 6,\ d'' : y = m^2x + 5m + 3$ phân biệt đồng quy.

Group: https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/