

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

➤ DẠNG TOÁN 1: XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC HAI.

1. Phương pháp giải.

Để xác định hàm số bậc hai ta là như sau

Gọi hàm số cần tìm là $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Căn cứ theo giả thiết bài toán để thiết lập và giải hệ phương trình với ẩn a, b, c , từ đó suy ra hàm số cần tìm.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Xác định parabol $P : y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ biết:

a) P đi qua $A(2;3)$ có đỉnh $I(1;2)$

b) $c = 2$ và P đi qua $B(3;-4)$ và có trục đối xứng là $x = -\frac{3}{2}$.

c) Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$ và nhận giá trị bằng 1 khi $x = 1$.

d) P đi qua $M(4;3)$ cắt Ox tại $N(3;0)$ và P sao cho $\triangle INP$ có diện tích bằng 1 biết hoành độ điểm P nhỏ hơn 3.

.Lời giải

a) Vì $A \in P$ nên $3 = 4a + 2b + c$ (1).

Mặt khác P có đỉnh $I(1;2)$ nên $-\frac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow 2a + b = 0$ (2) và $I \in P$ suy ra $2 = a + b + c$ (3)

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có } \begin{cases} 4a + 2b + c = 3 \\ 2a + b = 0 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 3 \end{cases}$$

Vậy P cần tìm là $y = x^2 - 2x + 3$.

b) Ta có $c = 2$ và P đi qua $B(3;-4)$ nên $-4 = 9a + 3b + 2 \Leftrightarrow 3a + b = -2$ (4)

P có trục đối xứng là $x = -\frac{3}{2}$ nên $-\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow b = 3a$ thay vào (4) ta được

$$3a + 3a = -2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3} \Rightarrow b = -1.$$

Vậy P cần tìm là $y = -\frac{1}{3}x^2 - x + 2$.

c) Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$ nên ta có

$$-\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a + b = 0 \quad (5), \quad \frac{3}{4} = a\left(\frac{1}{2}\right)^2 + b\left(\frac{1}{2}\right) + c \Leftrightarrow a + 2b + 4c = 3 \quad (6) \text{ và } a > 0$$

Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ nhận giá trị bằng 1 khi $x = 1$ nên $a + b + c = 1$ (7)

$$\text{Từ (5), (6) và (7) ta có } \begin{cases} a + b = 0 \\ a + 2b + 4c = 3 \\ a + b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy P cần tìm là $y = x^2 - x + 1$.

d) Vì P đi qua $M(4;3)$ nên $3 = 16a + 4b + c$ (8)

Mặt khác P cắt Ox tại $N(3;0)$ suy ra $0 = 9a + 3b + c$ (9), P cắt Ox tại P nên $P(t;0)$, $t < 3$

$$\text{Theo định lý Viét ta có } \begin{cases} t + 3 = -\frac{b}{a} \\ 3t = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Ta có $S_{\Delta IBC} = \frac{1}{2} IH \cdot NP$ với H là hình chiếu của $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ lên trục hoành

$$\text{Do } IH = \left| -\frac{\Delta}{4a} \right|, NP = 3 - t \text{ nên } S_{\Delta INP} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left| -\frac{\Delta}{4a} \right| \cdot (3 - t) = 1$$

$$\Leftrightarrow 3 - t \left| \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \right| = \left| \frac{2}{a} \right| \Leftrightarrow 3 - t \left| \frac{t + 3}{4} - 3t \right| = \left| \frac{2}{a} \right| \Leftrightarrow 3 - t^3 = \frac{8}{|a|} \quad (10)$$

$$\text{Từ (8) và (9) ta có } 7a + b = 3 \Leftrightarrow b = 3 - 7a \text{ suy ra } t + 3 = -\frac{3 - 7a}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{4 - t}{3}$$

$$\text{Thay vào (10) ta có } 3 - t^3 = \frac{8(4 - t)}{3} \Leftrightarrow 3t^3 - 27t^2 + 73t - 49 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\text{Suy ra } a = 1 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow c = 3.$$

Vậy P cần tìm là $y = x^2 - 4x + 3$.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 2.29: Xác định phương trình của Parabol (P): $y = x^2 + bx + c$ trong các trường hợp sau:

a) (P) đi qua điểm $A(1; 0)$ và $B(-2; -6)$

b) (P) có đỉnh $I(1; 4)$

c) (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và có đỉnh $S(-2; -1)$.

Bài 2.30: Tìm Parabol $y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng Parabol đó:

a) Qua điểm $A(1; 5)$

b) Cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2

c) Có trục đối xứng $x = -3$

d) Có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$

Bài 2.31: Xác định phương trình Parabol:

a) $y = ax^2 + bx + 2$ qua $A(1 ; 0)$ và trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$

b) $y = ax^2 + bx + 3$ qua $A(-1 ; 9)$ và trục đối xứng $x = -2$

c) $y = ax^2 + bx + c$ qua $A(0 ; 5)$ và đỉnh $I(3 ; -4)$

hoc360.net