

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

➤ DẠNG TOÁN 1: TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA PHƯƠNG TRÌNH.

1. Phương pháp giải.

- Điều kiện xác định của phương trình bao gồm các điều kiện để giá trị của $f(x)$, $g(x)$ cùng được xác định và các điều kiện khác (nếu có yêu cầu trong đề bài)

- Điều kiện để biểu thức

- $\sqrt{f(x)}$ xác định là $f(x) \geq 0$
- $\frac{1}{f(x)}$ xác định là $f(x) \neq 0$
- $\frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ xác định là $f(x) > 0$

2. Các ví dụ điển hình.

Ví dụ 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình sau:

a) $x + \frac{5}{x^2 - 4} = 1$

b) $1 + \sqrt{3 - x} = \sqrt{x - 2}$

c) $1 + \sqrt{2x - 3} = \sqrt{3x - 2}$

d) $\sqrt{4 - 2x} = \frac{x + 1}{x^3 - 3x + 2}$

Lời giải

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 4 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$

b) Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} 3 - x \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$

c) Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} 2x - 3 \geq 0 \\ 3x - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \geq \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$

d) Điều kiện xác định của phương trình là

$$\begin{cases} 4 - 2x \geq 0 \\ x^3 - 3x + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ (x - 1)(x^2 + x - 2) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ (x - 1)^2(x - 2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Ví dụ 2: Tìm điều kiện xác định của phương trình sau rồi suy ra tập nghiệm của nó:

a) $4x + \sqrt{4x - 3} = 2\sqrt{3 - 4x} + 3$

b) $\sqrt{-x^2 + 6x - 9} + x^3 = 27$

c) $\sqrt{x} + \sqrt{x-2} = \sqrt{-3-x}$

d) $\sqrt{(x-3)^2(5-3x)} + 2x = \sqrt{3x-5} + 4$

Lời giải

a) Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} 4x-3 \geq 0 \\ 3-4x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{4} \\ x \leq \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

Thử vào phương trình thấy $x = \frac{3}{4}$ thỏa mãn

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$

b) Điều kiện xác định của phương trình là $-x^2 + 6x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow -(x-3)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x = 3$

Thay $x = 3$ vào thấy thỏa mãn phương trình

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3\}$

c) Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \\ -3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 2 \\ x \leq -3 \end{cases}$

Không có giá trị nào của x thỏa mãn điều kiện

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \emptyset$

d) Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} (x-3)^2(5-3x) \geq 0 \\ 3x-5 \geq 0 \end{cases} (*)$

Dễ thấy $x = 3$ thỏa mãn điều kiện (*).

Nếu $x \neq 3$ thì $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 5-3x \geq 0 \\ 3x-5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{3} \\ x \geq \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

Vậy điều kiện xác định của phương trình là $x = 3$ hoặc $x = \frac{5}{3}$

Thay $x = 3$ và $x = \frac{5}{3}$ vào phương trình thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3\}$.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 3.0: Tìm điều kiện xác định của phương trình sau:

a) $\frac{5}{x^2 - x - 1} = \sqrt[3]{x}$

b) $1 + \sqrt{x - 2} = \sqrt{x - 1}$

c) $1 + \sqrt{2x - 4} = \sqrt{2 - 4x}$

d) $\sqrt{2x - 6} = \frac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$

Bài 3.1: Tìm điều kiện xác định của phương trình sau rồi suy ra tập nghiệm của nó:

a) $4x + 2\sqrt{4x - 3} = 2\sqrt{4x - 3} + 3$

b) $\sqrt{-x^2 + x - 1} + x = 1$

c) $\sqrt{2x} + \sqrt{x - 2} = \sqrt{2 - x} + 2$

d) $\sqrt{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} + x = \sqrt{2 - x}$