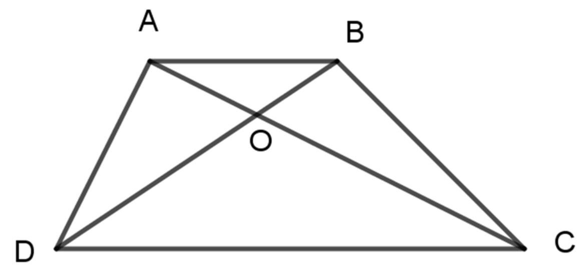
B.MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hình thang ABCD $(AB \parallel CD, AB < CD)$, O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng $\Delta OAB \backsim \Delta OCD$

Giải



Hình 3.28

Xét ΔOCD có $AB \parallel CD\,(gt)$ nên ta có:

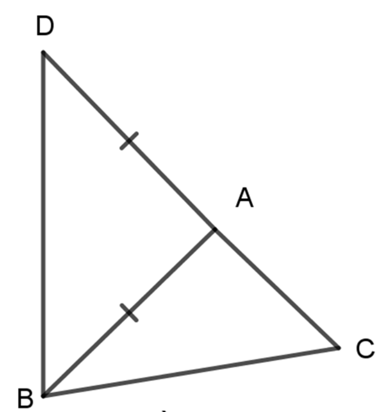
$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$ (hệ quả của định lí Ta-lét)

ΔOAB và ΔOCD có $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$

Do đó $\Delta OAB \backsim \Delta OCD\,(c.c.c)$

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC có $AB = 2,5cm, AC = 2cm, BC = 3cm$ Chứng minh rằng $\hat{A} = 2\hat{B}$

Giải



HÌNH 3.29

Trên tia đối của tia AC lấy điểm d sao cho AD = AB => ΔABD cân tại A.

$\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{ABD}$ nên $\widehat{BAC} = 2\widehat{CDB}$ $\quad (1)$

Xét

ΔABC và ΔBDC có $\hat{C}$ chung, $\frac{AC}{BC} = \frac{DC}{CD}\left(\text{vì } \frac{2}{3} = \frac{3}{4,5}\right)$

Do đó

$\Delta ABC \backsim \Delta BDC\,(c.g.c) \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{CDB}$ $\quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{BAC} = 2\widehat{ABC}$

Ví dụ 3: Cho hình thoi ABCD có $\widehat{B}=60^0$.Một đường thẳng đi qua đỉnh D không cắt hình thoi nhưng cắt các đường thẳng AB, BC lần lượt tại E, F. Gọi M là giao điểm của AF, CE. Chứng minh rằng $AD^2=AM.\text{AF}$

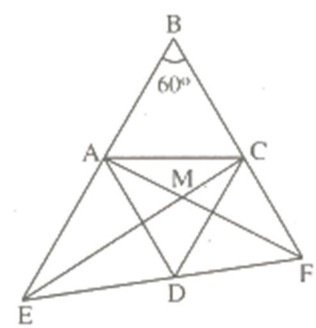
Giải

Ta có: BA = BC (cạnh hình thoi) và $\widehat{B}=\widehat{D}=60^0\ nên\ \Delta DAC$ đều => AC = AD

Xét ΔADE và ΔCFD có $\widehat{\text{AED}}=\widehat{\text{CDF}}$ (đồng vị, $AB\parallel CD$)

$\widehat{ADE}=\widehat{CFD}$ (đồng vị, $AD\parallel BC$) $\Rightarrow \Delta ADE\backsim\Delta CFD\left(g.g\right)$

Suy ra $\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{CD}{CF}\ hay\ \dfrac{AE}{AC}=\dfrac{AC}{CF}$



Hình 3.30

Xét

ΔAEC và ΔCAF có $\widehat{CAE}=\widehat{ACF}\left(=120^0\right),\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{AC}{CF}\left(cmt\right)$

$\Rightarrow \Delta AEC\backsim\Delta\text{CAF}\left(c.g.c\right)\Rightarrow\widehat{ACE}=\widehat{CFA}$

Xét ΔACM và $\Delta\text{AF}C$ có $\widehat{CAF}$ chung $\widehat{ACE}=\widehat{CFA}\left(cmt\right)$

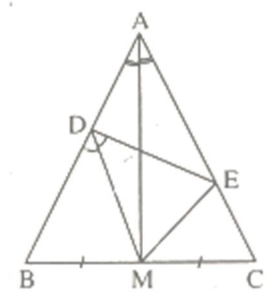
$\Rightarrow\Delta ACM\backsim\Delta\text{AF}C\left(g.g\right)\Rightarrow\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AC}{\text{AF}}$ => $AC^2=AM.\text{AF}$

Vậy $AD^2=AM.\text{AF}$

Ví dụ 4 Cho tam giác ABC cân tại A, M là trung điểm của BC. Trên cạnh AB lấy điểm D, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho DM là phân giác của góc BDE.

Chứng minh rằng : $BD.CE=\dfrac{BC^2}{4}$

Giải



Hình 3.31

Xét ΔADE ,AM là tia phân giác trong, DM là tia phân giác ngoài tại D nên EM là tia phân giác góc ngoài tại E.

Xét tứ giác BDEC có $2\left(\widehat{BDM}+\widehat{DBC}+\widehat{MEC}\right)=360^0$

$\Rightarrow \widehat{BDM}+\widehat{DBC}+\widehat{MEC}=180^0$ (1)

Mặt khác, trong ΔBDM có :

$\widehat{BDM}+\widehat{DBC}+\widehat{DMB}=180^0$ (2)

Từ (1) và (2) cho $\widehat{MEC}=\widehat{DMB}$

Xét ΔBMD và ΔCEM có $\widehat{B}=\widehat{C}, \widehat{MEC}=\widehat{DMB}\,(cmt)$

$\Rightarrow \Delta BMD \backsim \Delta CEM\,(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{BD}{CM}=\dfrac{BM}{CE} \Rightarrow BD.CE=BM.CM=\dfrac{BC^2}{4}$