

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD.

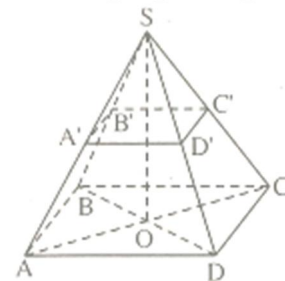
- Chứng minh mp(ABCD) song song với mp(A'B'C'D')
- Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh $SO \perp mp(A'B'C'D')$

Giải

a) Ta có $A'B' \parallel AB; C'D' \parallel CD$. Vì S.ABCD là hình chóp tứ giác đều nên ABCD là hình vuông, suy ra $A'B' \parallel C'D'$. Do đó A', B', C', D' cùng thuộc một mặt phẳng.

Tương tự $A'D' \parallel AD$. Vậy $mp(ABCD) \parallel mp(A'B'C'D')$

- b) $mp(ABCD) \parallel mp(A'B'C'D')$ nên $SO \perp mp(A'B'C'D')$

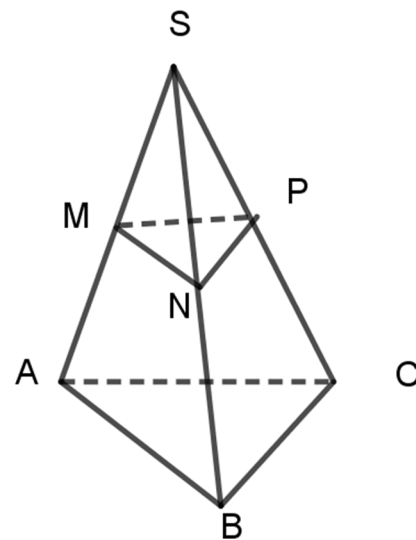


Hình 4.10

Ví dụ 2. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Chứng minh ABC.MNP là hình chóp cụt tam giác đều.

Giải :

Ta có $AM \parallel MN; BN \parallel NP \Rightarrow mp(MNP) \parallel mp(ABC)$ và ΔMNP là tam giác đều.
Mặt khác, S.ABC là hình chóp tam giác đều nên $SA = SB = SC$ suy ra $\widehat{SAB} = \widehat{SBA}$, do đó AMNB là hình thang cân.
Tương tự, BNPC; AMPC là các hình thang cân.
Vậy ABC.MNP là hình chóp cụt tam giác đều.



HÌNH 4.11

Ví dụ 3. Một hình chóp cắt đều $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh đáy bằng a và $2a$, đường cao của mặt bên bằng a .

- Tính diện tích xung quanh
- Tính cạnh bên, đường cao của hình chóp cắt đều.

Giải

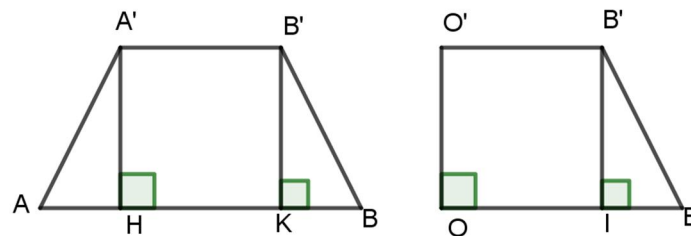
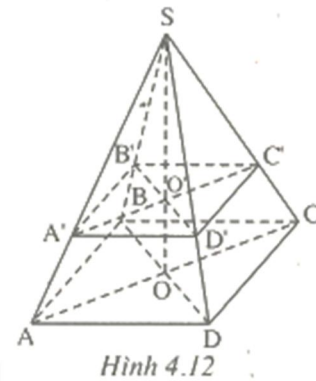
- Diện tích xung quanh của hình chóp cắt đều là :

$$S_{tp} = (p + p')d = (4.a + 2a)a = 6a^2$$

- Khai triển hình chóp cắt đều ta thấy mặt bên là hình thang cân $ABA'B'$. Vẽ đường cao $A'H$ và $B'K$.

$$\text{Ta có : } AH = BK = \frac{AB - A'B'}{2} = \frac{a}{2}$$

$$AA' = \sqrt{AH^2 + HA'^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$



HÌNH 4.13

Trong hình thang vuông $OBB'O'$ vẽ đường cao $B'I$, ta có:

$$OB = \frac{BD}{2} = a\sqrt{2}; O'B' = \frac{a\sqrt{2}}{2}; BI = OB - O'B' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vậy đường cao hình chóp cắt là :

$$B'I = \sqrt{B'B^2 - BI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Ví dụ 4. Cho một hình trụ bê tông như hình vẽ gồm phần trên là một hình hộp chữ nhật, phần dưới là hình chóp cắt tứ giác đều. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA', SB', SC', SD' .

Biết $AA'=4, AB=5, OI=IJ, SJ=12$. Tính thể tích của trụ bê tông.

Giải

Gọi V là thể tích trụ bê tông; V_1 là thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ V_2 là thể tích hình chóp tứ giác đều $S.A'B'C'D'$, V_3 là thể tích hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Ta có $V = V_1 + V_2 - V_3$. Theo bài ra ta có

$$AA' = IJ = OI = 4 \Rightarrow SO = 4$$

M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA', SB', SC', SD'

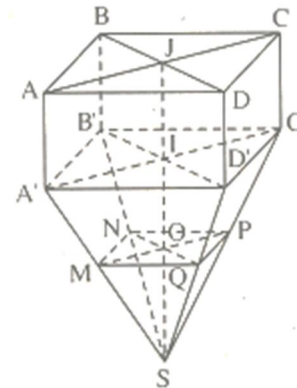
Nên $MN = NP = PQ = QM = 2,5$

$$V_1 = 5.5.4 = 100$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot 5.5.8 = \frac{200}{3} \text{ (đvdt)}$$

$$V_3 = \frac{1}{3} \cdot 2,5.2,5.4 = \frac{25}{3} \text{ (đvdt)}$$

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 - V_3 = 100 + \frac{200}{3} - \frac{25}{3} = \frac{475}{3} \text{ (đvdt)}$$



Hình 4.14