B.MỘT SỐ VÍ DỤ

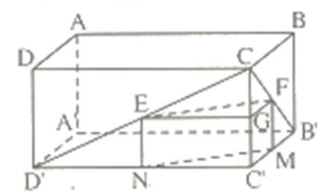
Ví dụ 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F ,G ,M, N lần lượt là trung điểm của $CD', CB', CC', B'C', C'D'$. Chứng minh rằng :

a) EFMN là hình bình hành

b) $CC' \parallel mp(\mathrm{EF}MN)$

c) $mp(\mathrm{EF}G) \parallel mp(ABCD)$

Giải



Hình 4.4

a) Trong tam giác B'CD' có EF là đường trung bình nên $\mathrm{EF} \parallel B'D'$ và $\mathrm{EF} = \dfrac{1}{2}B'D'$

Tương tự, trong $\Delta B'C'D'$ có $\mathrm{MN} \parallel B'D'$ và $\mathrm{MN} = \dfrac{1}{2}B'D'$

Do đó $\mathrm{EF} \parallel MN$ và $\mathrm{EF} = MN$. Vậy EFMN là hình bình hành.

b) Trong tam giác CC'B' có FM là đường trung bình nên

$FM \parallel CC'$, mà $FM \subset mp(\mathrm{EF}MN)$ nên $CC' \parallel mp(\mathrm{EF}MN)$

c) Ta có $FG \parallel BC \Rightarrow FG \parallel mp(ABCD)$

$GE \parallel CD \Rightarrow GE \parallel mp(ABCD)$

Vì FG và GE cùng thuộc mp(EFG); FG cắt GE tại G nên $mp(\mathrm{EF}G) \parallel mp(ABCD)$

Ví dụ 2 : Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 16; AD = 12; AA' = 25$

a) Chứng minh ACC'A'; BDD'B' là các hình chữ nhật.

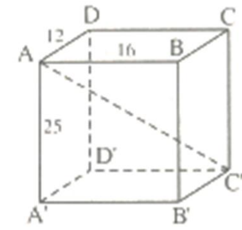
b) Kiểm tra lại công thức tính độ dài đường chéo của hình hộp.

c) Tính diện tích toàn phần của hình hộp.

Giải

a) Ta có $AA' \parallel CC'; AA' \perp A'C' \left(do\, AA' \perp mp\left(A'B'C'D'\right)\right)$

nên ACC'A' là hình chữ nhật. Chứng minh tương tự BDD'B' là hình chữ nhật



Hình 4.5

b)Áp dụng định lí Pytago ta có

$AC'^2 = AA'^2 + A'C'^2 = AA'^2 + BD^2 \left(\text{vì } BD = A'C'\right)$

$= AA'^2 + AB^2 + AD^2$

c)Ta có $S_{xq} = 2ph = 2(12+16).25 = 1400$ (đvdt)

$S_{xq} = S_{tp}$ + 2Sđáy=1400+2.12.16=1784 (đvdt)

Ví dụ 3 . Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F, G, M,N lần lượt là trung điểm của CD';CB';CC';B'C';C'D' chứng minh rằng :

$a) CC' \perp mp(EFG)$

$b) mp(EFG) \perp mp(CC'D')$

Giải

a) (h.4.4) $CC' \perp B'C', \text{mà } B'C' \parallel GF \text{ nên } CC' \perp GF$ $\quad (1)$

$CC' \perp D'C', \text{mà } D'C' \parallel GE \text{ nên } CC' \perp GE$ $\quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $CC' \perp mp(EFG)$

b) Ta có $CC' \subset mp(CC'D') \Rightarrow mp(EFG) \perp mp(CC'D')$

Ví dụ 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Có đáy ABCD là hình vuông cạnh a; $\widehat{AC'A'} = 60^0$. Tính diện tích xung quanh và thể tích hình hộp.

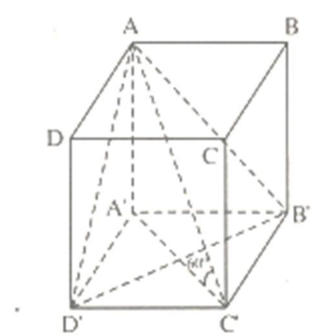
Tam giác vuông AA'C' có $\widehat{AC'A'} = 60^0$ nên :

$\widehat{C'AA'} = 30^0 \Rightarrow A'C' = \frac{1}{2}AC' \Rightarrow AC' = 2a\sqrt{2}$

$AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{8a^2 - 2a^2} = a\sqrt{6}$

Diện tích xung quanh của hình hộp là $S_{xq} = 4a^2\sqrt{6}$

Thể tích của hình hộp là: $V = a^2 a\sqrt{6} = a^3\sqrt{6}$



Hình 4.6

Ví dụ 5. Cho hình lăng trụ đứng tam giác ABC.A’B’C’. Gọi M,N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABB’, A’B’C’, A’C’C. chứng minh MNPQ là hình bình hành.

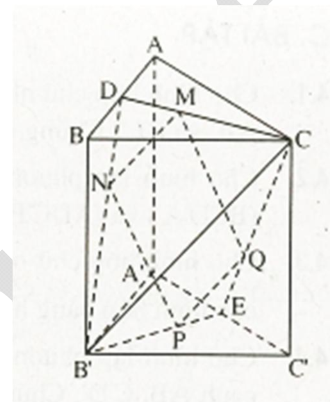
Giải

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của AB và A’C’.

Áp dụng tính chất trọng tâm của tam giác ta có :

$\frac{DM}{DC}=\frac{1}{3};\frac{DN}{DB'}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{DM}{DC}=\frac{DN}{DB'}=\frac{1}{3}\Rightarrow MN\,||\,B'C$ và $\frac{MN}{B'C}=\frac{1}{3}$

Vậy $MN\,||\,PQ$ và $MN=PQ$ nên MNPQ là hình bình hành.



Hình 4.7

Ví dụ 6. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi,AB = 8cm $\widehat{BAD}=\widehat{ACA'}=60^0$ Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lăng trụ.

Giải

Tam giácADB có $AB=AD;\widehat{BAD}=60^0$ nên là tam giác đều, suy ra

$$AO=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\Rightarrow AC=2AO=8\sqrt{3}$$

Tam giác A’AC có $\widehat{A'AC}=90^0,\widehat{ACA'}=60^0$

Nên $A'C=2AC=16\sqrt{3}\Rightarrow AA'=\frac{A'C\sqrt{3}}{2}=24$

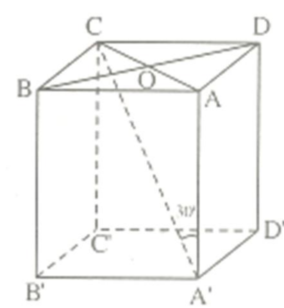
Diện tích xung quanh của lăng trụ là :

$S_{xq}=4.AB.AA'=4.8.24=768\left(cm^2\right)$

Diện tích toàn phần của lăng trụ là :

$S_{xq}=S_{tp}+2S_{đáy}=$

$$768+2\frac{AC.BD}{2}=768+2\frac{8\sqrt{3}.8}{2}=768+64\sqrt{3}\left(cm^2\right)$$



Hình 4.8