

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

✎ **DẠNG 1: Xác định một vector; phương, hướng của vector; độ dài của vector**

1. Phương pháp giải.

- Xác định một vector và xác định sự cùng phương, cùng hướng của hai vector theo định nghĩa
- Dựa vào các tính chất hình học của các hình đã cho biết để tính độ dài của một vector

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho tứ giác $ABCDE$. Có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của ngũ giác.

Lời giải

Hai điểm phân biệt, chẳng hạn A, B ta xác định được hai vector khác vector-không là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$. Mà từ bốn đỉnh A, B, C, D của ngũ giác ta có 6 cặp điểm phân biệt do đó có 12 vector thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ 2: Chứng minh rằng ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Lời giải

Nếu A, B, C thẳng hàng suy ra giá của $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ đều là đường thẳng đi qua ba điểm A, B, C nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Ngược lại nếu $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương khi đó đường thẳng AB và AC song song hoặc trùng nhau. Nhưng hai đường thẳng này cùng đi qua điểm A nên hai đường thẳng AB và AC trùng nhau hay ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

- Xác định các vector khác vector - không cùng phương với \overrightarrow{MN} có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.
- Xác định các vector khác vector - không cùng hướng với \overrightarrow{AB} có điểm đầu và điểm cuối lấy trong điểm đã cho.
- Vẽ các vector bằng vector \overrightarrow{NP} mà có điểm đầu A, B .

Lời giải (Hình 1.4)

a) Các vectơ khác vectơ không cùng phương với \overrightarrow{MN} là $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{BP}, \overrightarrow{PB}$.

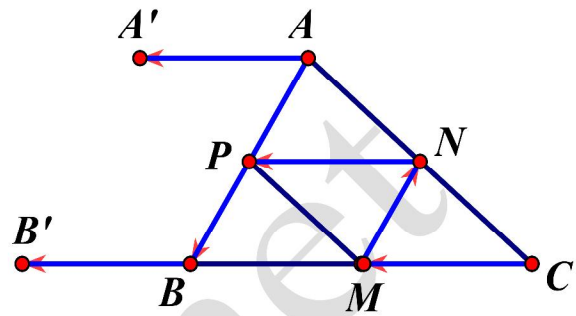
b) Các vectơ khác vectơ - không cùng hướng với \overrightarrow{AB} là $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{NM}$.

c) Trên tia CB lấy điểm B' sao cho $BB' = NP$

Khi đó ta có $\overrightarrow{BB'}$ là vectơ có điểm đầu là B và bằng vectơ \overrightarrow{NP} .

Qua A dựng đường thẳng song song với đường thẳng NP . Trên đường thẳng đó lấy điểm A' sao cho AA' cùng hướng với \overrightarrow{NP} và $AA' = NP$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{AA'}$ là vectơ có điểm đầu là A và bằng vectơ \overrightarrow{NP} .

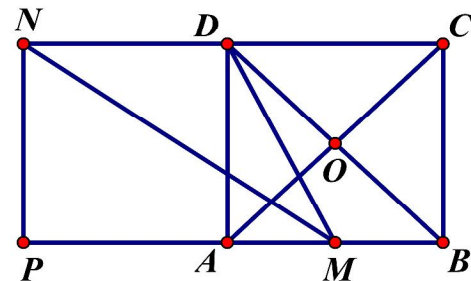


Hình 1.4

Ví dụ 4: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của vectơ sau $\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{MN}$.

Lời giải (hình 1.5)

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông MAD ta có



Hình 1.5

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Suy ra $|\overrightarrow{MD}| = MD = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P .

Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và $PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông NPM ta có

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{13}}{2}$$

Suy ra $|\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1.1: Cho ngũ giác $ABCDE$. Có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của ngũ giác.

Bài 1.2: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O . Tìm các vector từ 5 điểm A, B, C, D, O

a) Bằng vector $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{OB}$

b) Có độ dài bằng $|\overrightarrow{OB}|$

Bài 1.3: Cho ba điểm A, B, C phân biệt thẳng hàng.

a) Khi nào thì hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} cùng hướng?

b) Khi nào thì hai vector \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} ngược hướng?

Bài 1.4: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt.

a) Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ thì có nhận xét gì về ba điểm A, B, C

b) Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì có nhận xét gì về bốn điểm A, B, C, D

Bài 1.5: Cho hình thoi $ABCD$ có tâm O . Hãy cho biết khẳng định nào sau đây đúng?

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ c) $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC}$

d) $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA}$ e) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ f) $2|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{BD}|$

Bài 1.6: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho

a) Bằng với \overrightarrow{AB} b) Ngược hướng với \overrightarrow{OC}

Bài 1.7: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O và M là trung điểm AB .

Tính độ dài của các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.

Bài 1.8: Cho tam giác ABC đều cạnh a và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG .

Tính độ dài của các vectơ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AG} , \overrightarrow{BI} .

Bài 1.9: Cho trước hai điểm A, B phân biệt. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB}|$.