

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

➤ DẠNG TOÁN 1: TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH.

1. Phương pháp giải.

- Điều kiện xác định của bất phương trình bao gồm các điều kiện để giá trị của $f(x)$, $g(x)$ cùng được xác định và các điều kiện khác (nếu có yêu cầu trong đề bài)

- Điều kiện để biểu thức

- $\sqrt{f(x)}$ xác định là $f(x) \geq 0$
- $\frac{1}{f(x)}$ xác định là $f(x) \neq 0$
- $\frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ xác định là $f(x) > 0$

2. Các ví dụ điển hình.

Ví dụ 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình sau:

a) $x + \frac{5}{4x^2 - 9} < 1$

b) $\sqrt{4 - 2x} \geq \frac{x + 1}{x^2 - 2x - 1}$

Lời giải

a) Điều kiện xác định của bất phương trình là $4x^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{3}{2}$

b) Điều kiện xác định của bất phương trình là

$$\begin{cases} 4 - 2x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \neq 1 \pm \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \neq 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Ví dụ 2: Tìm điều kiện xác định của bất phương trình sau rồi suy ra tập nghiệm của nó:

a) $2x + \sqrt{x - 3} \geq 2\sqrt{3 - x} + 3$

b) $\sqrt{-x^2 + 4x - 4} \leq 27 - 3x^3$

c) $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x - 2}} < \frac{1}{\sqrt{x - 2}} + 2$

d) $\sqrt{x - 1} - 2\sqrt{3 - 4x} - 5x > \sqrt{4x - 3} - 7$

Lời giải

a) Điều kiện xác định của bất phương trình là $\begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 3 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$

Thử vào bất phương trình thấy $x = 3$ thỏa mãn

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{3\}$

b) Điều kiện xác định của bất phương trình là

$$-x^2 + 4x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow -(x - 2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Thay $x = 2$ vào thấy thỏa mãn bất phương trình

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \{2\}$

c) Điều kiện xác định của bất phương trình là $\begin{cases} x \geq 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$

Với điều kiện đó bất phương trình tương đương với $\sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$

Đối chiếu với điều kiện ta thấy bất phương trình vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \emptyset$

d) Điều kiện xác định của bất phương trình là
$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 3 - 4x \geq 0 \\ 4x - 3 \geq 0 \end{cases} (*)$$

Để thấy $x = 1$ thỏa mãn điều kiện (*).

Nếu $x \neq 1$ thì (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 4x \geq 0 \\ 4x - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{4} \\ x \geq \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

Vậy điều kiện xác định của bất phương trình là $x = 1$ hoặc $x = \frac{3}{4}$

Thay $x = 1$ hoặc $x = \frac{3}{4}$ vào bất phương trình thấy đều thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{1; \frac{3}{4}\right\}$.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 4.55: Tìm điều kiện xác định của phương trình sau:

a) $\frac{1}{x-3} < \frac{x}{x^2-6x+9}$ b) $\sqrt{x-2} > \frac{1}{x+2}$

Bài 4.56: Tìm điều kiện xác định của bất phương trình sau rồi suy ra tập nghiệm của nó:

a) $2x + \sqrt{2x-1} \geq 2\sqrt{1-2x} + 1$ b) $\sqrt{-x^2+x-1} \leq 2$
c) $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} < \sqrt{1-x} + 2$ d) $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{2-x} \cdot \sqrt{x-2} > -7$