CHUYÊN ĐỀ III: ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ VÀO CÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC PHẲNG

Phương pháp chung

Để giải một bài toán tổng hợp bằng phương pháp tọa độ ta thường thực hiện theo các bước sau

Bước 1: Thiết lập trục toạ độ thích hợp, chuyển giả thiết và kết luận của bài toán sang ngôn ngữ của tọa độ, chuyển bài toán tổng hợp về bài toán tọa độ.

Bước 2: Sử dụng các kiến thức hình học giải tích trong mặt phẳng tọa độ để giải quyết bài toán đó.

Bước 3: Chuyển kết quả bài toán tọa độ sang kết quả bài toán tổng hợp.

Tuy nhiên trong nhiều trường hợp, chẳng hạn trong bài toán tìm tập hợp điểm (quỹ tích) ta không cần nêu dạng hình học của quỹ tích này mà chỉ nêu phương trình cụ thể hoặc cách xác định của nó là đủ.

Việc thiết lập hệ trục toạ độ thích hợp là bước làm quan trọng, nó được lựa chọn trên các dạng thường gặp sau

I. BÀI TOÁN CÓ GIẢ THIẾT LÀ HAI ĐIỂM CỐ ĐỊNH.

1. Phương pháp:

Ta thường thiết lập hệ trục toạ độ Oxy sao cho O là trung điểm A, B và A, B thuộc trục hoành.

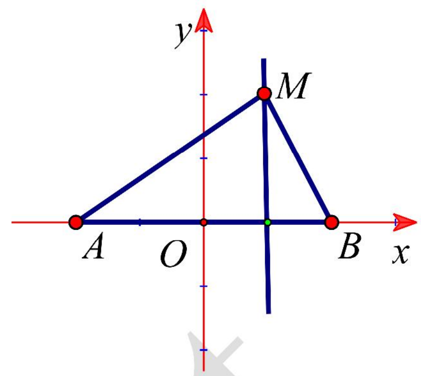
2. Các ví dụ:

Ví dụ 1: Cho đoạn $AB = a, a > 0$ cố định. Tìm tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn $MA^2 - MB^2 = \frac{a^2}{2}$.

Lời giải (hình 3.6)

Chọn hệ trục toạ độ Oxy với $A, B \in Ox$ và đối xứng qua Oy (như hình vẽ).

Khi đó: $A\left(-\frac{a}{2},0\right)$, $B\left(\frac{a}{2},0\right)$.



Hình 3.6

Điểm M(x, y) thoả mãn $MA^2 - MB^2 = \frac{a^2}{2}$

$$\Leftrightarrow \left[\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 + y^2\right] - \left[\left(x-\frac{a}{2}\right)^2 + y^2\right] = \frac{a^2}{2}$$

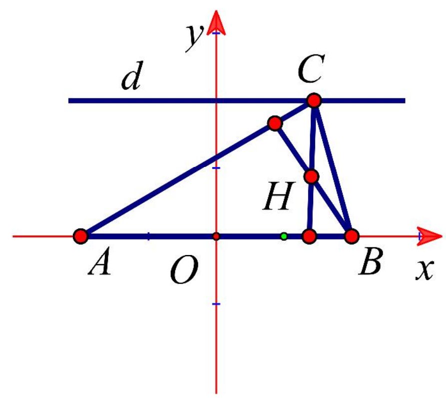
$$\Leftrightarrow x = \frac{a}{4}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng $x = \frac{a}{4}$,

tức là đường thẳng vuông góc với đoạn AB tại điểm nằm trên đoạn AB và cách B một khoảng là $\frac{a}{4}$.

Ví dụ 2: Cho đoạn thẳng AB cố định và đường thẳng d cố định song song với AB. Điểm C di động trên d. Tìm quỹ tích trực tâm tam giác ABC .

Lời giải (hình 3.7)



Hình 3.7

Chọn hệ trục toạ độ Oxy với $A, B \in Ox$ và đối xứng qua Oy

Không mất tính tổng quát giả sử $A\ \ -a;0\ $, $B\ \ a;0\ $, $d: y = b$ với $b \neq 0$ suy ra $C\ \ m;b\ $ trong đó b là hằng số, m thay đổi.

Đường cao $CH: x = m$,

$AH:\ \ m-1\ \ x + y + m - 1 = 0$

Tọa độ trực tâm H là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}(m-1)x + ay + m - 1 = 0 \\ x = m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = \dfrac{1-m^2}{a}\end{cases} \Rightarrow y = \frac{1-x^2}{a}$$

Vậy quỹ tích của H là (P): $y = \frac{1-x^2}{a}$, tức là

Chú ý: Trong trường hợp d không song song với AB, quỹ tích vẫn là một đường parabol nhưng có phương trình không sơ cấp.