CHUYÊN ĐỀ IV : ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ VÀ VECTƠ VÀO GIẢI TOÁN ĐẠI SỐ

1. Một số kiến thức cơ bản thường dùng.

a) Các kiến thức của chương phương pháp tọa độ trong mặt phẳng: phương trình đường thẳng, đường tròn, elip, ...

b) Một số bất đẳng thức vectơ.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, Cho các véc tơ $\vec{u} = (x_1; y_1)$, $\vec{v} = (x_2; y_2)$

khi đó ta có

+

$$\left|\vec{u} + \vec{v}\right| \le \left|\vec{u}\right| + \left|\vec{v}\right| \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2} \le \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi hai véc tơ $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng

+

$$\left|\vec{u} - \vec{v}\right| \le \left|\vec{u}\right| + \left|\vec{v}\right| \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \le \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi hai véc tơ $\vec{u}, \vec{v}$ ngược hướng

+

$$\left|\left|\vec{u}\right| - \left|\vec{v}\right|\right| \le \left|\vec{u} - \vec{v}\right| \Leftrightarrow \left|\sqrt{x_1^2 + y_1^2} - \sqrt{x_2^2 + y_2^2}\right| \le \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi hai véc tơ $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng

+ $\vec{u}.\vec{v} \le \left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right| \Leftrightarrow x_1.x_2 + y_1.y_2 \le \sqrt{x_1^2 + y_1^2}.\sqrt{x_2^2 + y_2^2}$

Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng

+ $\vec{u}.\vec{v} \ge -\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right| \Leftrightarrow x_1.x_2 + y_1.y_2 \ge -\sqrt{x_1^2 + y_1^2}.\sqrt{x_2^2 + y_2^2}$

Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ ngược hướng

Chú ý: - Nếu $x_2 \ne 0, y_2 \ne 0$ thì

+ Hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2} = k \ge 0$

+ Hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ ngược hướng $\Leftrightarrow \dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{y_1}{y_2} = k \le 0$

- Bất đẳng thức đầu có thể mở rộng lên n vectơ $\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \ldots, \overrightarrow{u_n}$ khi đó

$$\left|\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u_2}+...+\overrightarrow{u_n}\right|\le\left|\overrightarrow{u_1}\right|+\left|\overrightarrow{u_2}\right|+...+\left|\overrightarrow{u_n}\right|$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi các vectơ $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2},...,\overrightarrow{u_n}$ cùng hướng.

2. Phương pháp giải.

- Khi gặp các bài toán đại số mà mỗi biểu thức dưới dấu căn bậc hai $\sqrt{A}, \sqrt{B}, ...$ có thể biểu diễn dưới dạng $\sqrt{A}=\sqrt{a_1^2+a_2^2}, \sqrt{B}=\sqrt{b_1^2+b_2^2}$ ... ta thiết lập các điểm, vectơ có tọa độ thích hợp sao cho độ dài các đoạn thẳng, vectơ đó tương ứng bằng $\sqrt{A}, \sqrt{B}, ...$ rồi sử dụng các bất đẳng thức hình học cơ bản (bất đẳng về độ dài các cạnh tam giác, bất đẳng thức về độ dài đường gấp khúc, ...) và các kiến thức trên để giải quyết bài toán.
- Khi gặp các bài toán đại số mà biểu thức có dạng $ax+by+c=0$, $\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=c^2, \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ... thì ta chuyển bài toán đại số sang bài toán hình học được xét trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

hoc360.net