KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM

1. Đạo hàm tại một điểm

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a;b)$, được gọi là có đạo hàm tại $x_0 \in (a;b)$ nếu giới hạn sau tồn tại (hữu hạn): $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ và giá trị của giới hạn đó gọi là giá trị đạo hàm của hàm số tại điểm x_0. Ta kí hiệu $f'(x_0)$.

Vậy $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

2. Đạo hàm bên trái, bên phải

$f'(x_0^+) = \lim\limits_{x \to x_0^+} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. $\quad f'(x_0^-) = \lim\limits_{x \to x_0^-} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Hệ quả : Hàm $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0 \Leftrightarrow \exists\, f(x_0^+)$ và $f'(x_0^-)$ đồng thời $f'(x_0^+) = f'(x_0^-)$.

3. Đạo hàm trên khoảng, trên đoạn

- Hàm số $f(x)$ có đạo hàm (hay hàm khả vi) trên $(a;b)$ nếu nó có đạo hàm tại mọi điểm thuộc $(a;b)$.
- Hàm số $f(x)$ có đạo hàm (hay hàm khả vi) trên $[a;b]$ nếu nó có đạo hàm tại mọi điểm thuộc $(a;b)$ đồng thời tồn tại đạo hàm trái $f'(b^-)$ và đạo hàm phải $f'(a^+)$.

4. Mối liên hệ giữa đạo hàm và tính liên tục

Định lí: Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ liên tục tại x_0.

Chú ý: Định lí trên chỉ là điều kiện cần, tức là một hàm có thể liên tục tại điểm x_0 nhưng hàm đó không có đạo hàm tại x_0.

Chẳng hạn: Xét hàm $f(x) = |x|$ liên tục tại $x = 0$ nhưng không liên tục tại điểm đó.

Vì $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{f(x) - f(0)}{x} = 1$, còn $\lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{f(x) - f(0)}{x} = -1$.