Đáp án chuyên đề:

Phép quay - Hình học 11

28. $d' \perp d$ nên phương trình có dạng $3x+5y+c=0$

Lấy $M(-3;0) \in d$, ta có $Q_{(0;90^0)}(M) = M'(0;-3)$, $M' \in d' \Rightarrow C = 15$, hay $d': 3x+5y+15=0$.

29. (C) có tâm $J(1;-2), R=3$, gọi $J'(x';y') = Q_{(I;90^0)}(I)$ ta có

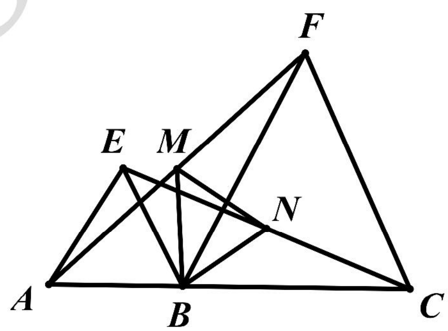
$$\begin{cases} x' = 3+(1-3)\cos\frac{\pi}{2} - (4+2)\sin\frac{\pi}{2} = -3 \\ y' = 4+(1-3)\sin\frac{\pi}{2} + (4+2)\cos\frac{\pi}{2} = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow J'(-3;2)$ mà $R' = R = 3$ nên phương trình $(C'): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$.

30. Sử dụng tính chất: Phép quay tâm $I(a;b) \in d: Ax+By+C=0$ góc quay α biến d thành d' có phương trình $(A - B\tan\varphi)(x-a) + (A\tan\varphi + B)(y-b) = 0$.

Ta được $AC: 3x-y-1=0, BC: x-2y+5=0$

31.



a) $Q_{(B;60^0)}(EC) = AF$

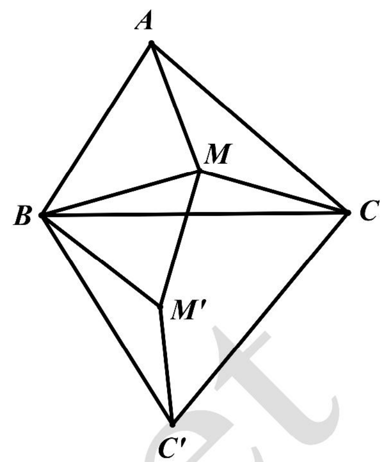
$\Rightarrow EC = AF$ và góc giữa hai đường thẳng AF và EC bằng 60^0.

b) $Q_{(B,60^0)}(N) = M \Rightarrow \Delta BMN$ đều.

32. a) Giả sử tam giác ABC có các điểm được sắp xếp như hình vẽ

Xét phép quay $Q_{(B;-60^0)}$, giả sử

$Q_{(B;-60^0)}: M \to M', C \to C'$ thế thì $\Delta MBM'$ đều nên $BM = MM'$. Tương tự $MC = M'C'$ do đó $MA + MB + MC = AM + MM' + M'C' \geq AC'$ Vậy $\min(MA + MB + MC) = AC'$ khi A, M, M', C' thẳng hàng, khi đó ta dễ dàng kiểm tra được $AMB = BMC = CMA = 120^0$.



Hay điểm M nhìn ba cạnh dưới các góc 120^0.

(*Điểm* M *này được gọi là điểm Toricelli*)

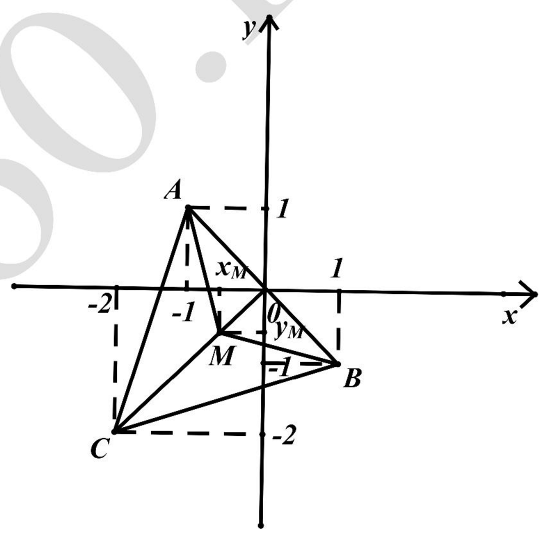
b) Trong mp Oxy xet các điểm

$A(-1;1), B(1;-1), C(-2;-2), M(x;y)$ thì

$T = MA + MB + MC$.

Tam giác ABC cân tại C và thỏa mãn điều kiện của câu a) từ đó dễ dàng tìm được $\min T = 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$ khi

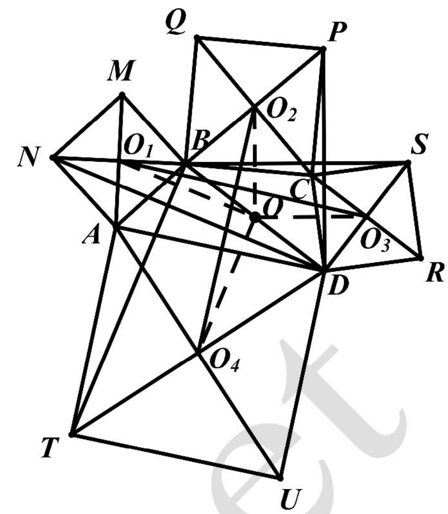
$$M\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ y = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}.$$



33. Xét phép quay $Q_{(A;90^0)}$. Ta có $BT \to ND \Rightarrow BT = ND$ và $BT \perp ND$ (1).

Xét phép quay $Q_{(C;-90^0)}$ ta có $BS \to PD \Rightarrow BS = PD$ và $BS \perp PD$ (2).

Gọi O là trung điểm của BD .



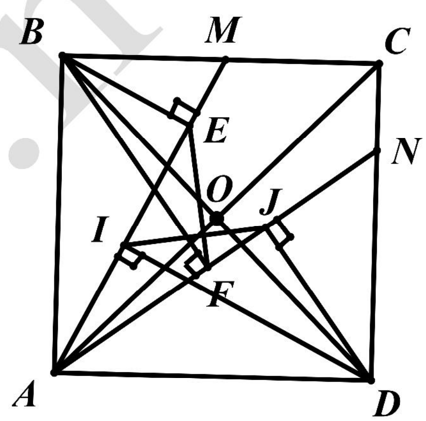
Dễ thấy :

$OO_1 \mathbin{/\!/\!=} \frac{1}{2}ND, OO_2 \mathbin{/\!/\!=} \frac{1}{2}PD$,

$OO_3 \mathbin{/\!/\!=} \frac{1}{2}BS, OO_4 \mathbin{/\!/\!=} \frac{1}{2}BT$ .Kết hợp với $(1),(2)$ ta có $OO_1 \perp\!= OO_4, OO_2 \perp\!= OO_3$, tiếp theo xét phép quay $Q_{(O;90)}$ ta có $O_1O_3 \to O_2O_4 \Rightarrow O_1O_3 \perp\!= O_2O_4$

(*kí hiệu* $AB \mathbin{/\!/\!=} CD$, $AB \perp\!= CD$ *là* AB *song song bằng* CD , AB *vuông góc và bằng* CD).

34. Giả sử các điểm A,B,C,D được sắp xếp như hình vẽ:



a) Xét $Q_{(O;90^0)}$ ta có $\Delta BAE = \Delta ADJ$ và

$B \to A, A \to D \Rightarrow F \to J$ nên $\Delta BAE \to \Delta ADJ$.

Tương tự $\Delta BAE \to \Delta ADI$.

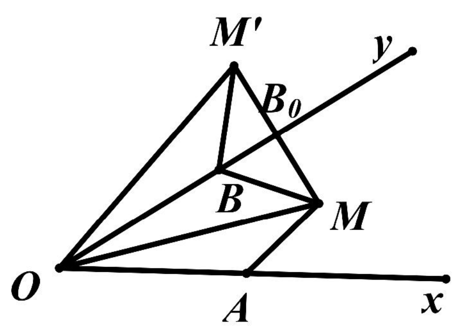
b) vì $Q_{(O;90^0)} : F \to J, E \to I$ nên $EF \perp IJ$.

35. Giả sử góc lượng giác $(Ox,Oy) = \alpha$.

Xét $Q_{(O,\alpha)}$ thì $Ox \to Oy$

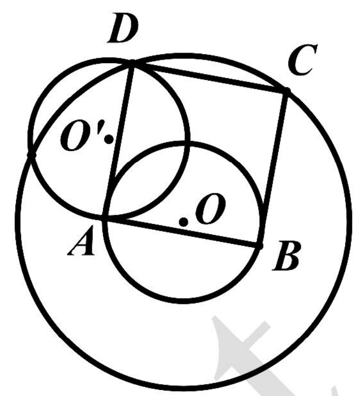
vì $A \in Ox, B \in Oy$ và $OA = OB$ nên $A \to B$, gọi M' là ảnh của M thì $MA = M'B$

$\Rightarrow MA + MB = M'B + MB \geq MM'$ Đẳng thức xảy ra khi $B \equiv B_0 = MM' \cap Oy$.



Từ đó suy ra cách dựng A,B như sau:

- Dựng ảnh $M' = Q_{(O;\alpha)}(M)$.
- Dựng giao điểm $B = MM' \cap Oy$.
- Dựng $A = Q_{(O;-\alpha)}$.



36. Giả sử đã dựng được hình vuông $ABCD$ có hai đình $A, B \in (O;R_1)$ và hai đỉnh $C, D \in (O;R_2)$ với $R_2 > R_1$. Khi đó $Q_{(A;90^0)} : B \to D$, mà $B \in (O;R_1)$ nên $D \in (O';R_1)$ ảnh của $(O;R_1)$ qua $Q_{(A;90^0)}$.

Mặt khác $D \in (O;R_2) \Rightarrow D \in (O;R_2) \cap (O';R_1)$. Từ đây ta có cách dựng

- Dựng đường tròn $(O';R_1)$ ảnh của đường tròn $(O;R_1)$ qua $Q_{(A;90^0)}$.
- Dựng giao điểm D của $(O';R_1)$ và $(O;R_2)$.
- Dượng điểm B ảnh của D qua $Q_{(A;-90^0)}$.
- Kẻ đường thẳng qua B song song với AB cắt $(O;R_2)$ tại C.

Hình vuông $ABCD$ là hình vuông cần dựng.

Bài toán có nghiệm hình khi $(O';R_1)$ và $(O;R_2)$ có điểm chung $\Leftrightarrow OO' \ge R_2 - R_1 \Leftrightarrow \sqrt{2}R_1 \ge R_2 - R_1 \Leftrightarrow R_2 \le \left(1+\sqrt{2}\right)R_1$.