

**Đáp án chuyên đề:**

**Phương trình tổng quát của đường thẳng - Hình học 10**

**Bài 3.1:** a)  $\Delta \perp Oy \Rightarrow \Delta$  nhận  $\vec{j}$   $0;1$  làm VTPT do đó phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  là  $0 \cdot x - 1 \cdot y + 3 = 0$  hay  $y + 3 = 0$ .

b)  $\Delta // d \Rightarrow \Delta$  nhận  $\vec{n}$   $1;2$  làm VTPT do đó phương trình tổng quát của đường thẳng  $\Delta$  là  $1 \cdot x - 1 \cdot y + 2 \cdot (y + 3) = 0$  hay  $x + 2y + 5 = 0$ .

**Bài 3.2:** a) Ta có đường cao  $AH$  đi qua  $A$  và nhận  $\overrightarrow{BC}$   $1;3$  là VTPT nên có phương trình tổng quát là  $1 \cdot x - 2 \cdot y + 3 \cdot (y - 1) = 0$  hay  $x + 3y - 5 = 0$ .

b) Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$  khi đó

$$x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1}{2}, y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Đường trung trực đoạn thẳng  $AB$  đi qua  $I$  và nhận  $\overrightarrow{AB}$   $-3;-1$  làm VTPT nên có phương trình tổng quát là  $-3 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) - 1 \cdot \left(y - \frac{1}{2}\right) = 0$  hay  $3x + y + 2 = 0$

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng  $BC$  có dạng  $\frac{x}{-1} + \frac{y}{3} = 1$  hay  $3x - y + 3 = 0$ .

d) Đường thẳng  $BC$  có VTPT là  $\vec{n}$   $3;-1$  do đó vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng  $AB$  nên nhận  $\vec{n}$   $3;-1$  làm VTPT do đó có phương trình tổng quát là  $3 \cdot x - 2 \cdot y - 1 \cdot (y - 1) = 0$  hay  $3x - y - 5 = 0$ .

**Bài 3.3:** a) Vì  $\Delta // d$  nên VTPT của  $d$  cũng là VTPT của  $\Delta$  nên đường thẳng  $\Delta$  nhận  $\vec{n}$   $4;-7$  làm VTPT và  $\vec{u}$   $7;4$  làm VTCP do đó phương trình tổng quát là  $4 \cdot x - 2 \cdot y - 7 \cdot (y - 5) = 0$  hay  $4x - 7y - 27 = 0$ ;

b) Đường thẳng  $\Delta$  có hệ số góc  $k = 11$  nên có dạng  $y = 11x + m$ . Mặt khác  $P \in \Delta$  nên  $-5 = 11 \cdot 2 + m \Leftrightarrow m = -27$

Vậy phương trình tổng quát của  $\Delta$  là  $11x - y - 27 = 0$

**Bài 3.4:** Gọi  $A(a; 0)$ ,  $B(0; b)$   $a, b > 0$ . Vậy đường thẳng cần tìm có

dạng:  $\Delta: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ . Vì  $M \in \Delta \Rightarrow \frac{8}{a} + \frac{6}{b} = 1 \Rightarrow b = \frac{6a}{a-8}$

Ta có:

$$OA + OB = a + b = a + \frac{6a}{a-8} = a - 8 + \frac{48}{a-8} + 14 \geq 8\sqrt{3} + 14$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow a = 8 + 4\sqrt{3}, b = 6 + 4\sqrt{3}$$

Suy ra  $\Delta: \frac{x}{8 + 4\sqrt{3}} + \frac{y}{6 + 4\sqrt{3}} = 1$

**Bài 3.5.** a)  $d_1 \perp d_2$     b)  $d_1 \equiv d_2$     c)  $d_1$  cắt  $d_2$

**Bài 3.6.** a)  $N\left(\frac{1}{4}; -\frac{9}{4}\right)$     b)

$$A \in \Delta_1 \Rightarrow 3x_A - y_A - 3 = 0 \Rightarrow y_A = 3x_A - 3,$$

$$B \in \Delta_2 \Rightarrow x_B + y_B + 2 = 0 \Rightarrow y_B = -2x_B - 2. \text{ B là trung điểm AM}$$

suy ra

$$\begin{cases} 2x_B = x_A \\ -4x_B - 4 = 2 + 3x_A - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{3}{4} \\ x_B = -\frac{3}{8} \end{cases} \Rightarrow \Delta: 29x - 3y + 6 = 0$$

**Bài 3.7.** a) Nếu  $a = b \Rightarrow \Delta_1 \equiv \Delta_2$ , Nếu  $a \neq b \Rightarrow \Delta_1$  và  $\Delta_2$  cắt nhau

$$\Leftrightarrow \frac{a^2 - b^2}{a - b} \neq \frac{1}{a} \Leftrightarrow b \neq 0. \text{ Vậy } b \neq 0 \text{ và } a \neq b \text{ là điều kiện cần tìm.}$$

b) Cho  $y = 0 \Rightarrow a - b \cdot x = 1$  và  $(a^2 - b^2)x = b$  suy ra

$$\frac{1}{a - b} = \frac{b}{a^2 - b^2} \Leftrightarrow a = 0$$

**Bài 3.8.** a)  $\Delta_1$  luôn đi qua 1 điểm cố định là  $M(1; 0)$

b)  $N\left(\frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}; \frac{2k^3}{k^2 + 1}\right)$

**Bài 3.9.** TH1: Nếu  $m = 0 \Rightarrow \Delta_1$  cắt  $\Delta_2$

TH2: Nếu  $m \neq 0$ :

$$\text{th1: } \frac{m}{-1} \neq \frac{-1}{m} \Leftrightarrow m \neq \pm 1 \Rightarrow \Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2$$

$$\text{th2: } \frac{m}{-1} = \frac{-1}{m} \neq \frac{1-m}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \text{ thì } \Delta_1 // \Delta_2$$

$$\text{th3: } \frac{m}{-1} = \frac{-1}{m} = \frac{1-m}{2} \Leftrightarrow m = -1 \text{ thì } \Delta_1 \equiv \Delta_2$$

**Bài 3.10.**  $PA + PB \leq 2 \sqrt{PA^2 + PB^2} = 2AB = 16$ . Do đó

$\max PA + PB = 4$  khi P là trung điểm của cung AB. Khi đó  $P(2;1)$  hay  $P(0;-1)$  suy ra  $m = 1$  hoặc  $m = 2$ .

**Bài 3.11.** Để ý rằng hai đường thẳng này vuông góc với nhau nên cắt nhau tại điểm M. Rõ ràng đường thẳng thứ nhất đi qua điểm cố định  $A(1;1)$  và đường thẳng thứ hai đi qua điểm cố định  $B(3;-1)$ , nên tập hợp điểm M là đường tròn đường kính AB.

**3.312:** Toạ độ của A là nghiệm của hệ pt:

$$\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 4x + 7y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(0;3)$$

Vì  $B(a;b)$  thuộc AB nên  $5a - 2b + 6 = 0 \Rightarrow b = \frac{5a + 6}{2}$  hay

$$B\left(a; \frac{5a + 6}{2}\right)$$

Mặt khác, H là trực tâm nên  $HB \perp AC$  suy ra  $\overrightarrow{HB}$  là VTPT của AC do đó  $\overrightarrow{HB}$  cùng phương với  $\overrightarrow{n_{AC}}(4;7)$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{4} = \frac{5a + 6}{14} = 0 \Leftrightarrow a = -4 \Rightarrow B(-4;-7)$$

**3.313:** Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua A và vuông góc với d. Ta có hệ số góc của đường thẳng d là  $k_d = 3$  do đó hệ số góc của đường thẳng  $\Delta$  là

$$k_{\Delta} = -\frac{1}{3} \text{ do đó đường thẳng } \Delta \text{ có dạng } y = -\frac{1}{3}x + m.$$

$$A \in \Delta \Rightarrow 2 = -\frac{1}{3} \cdot 1 + m \Rightarrow m = \frac{7}{3}$$

Vậy  $\Delta : y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$  hay  $x + 3y - 7 = 0$ .

Tọa độ giao điểm của  $\Delta$  và  $d$  là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x - y + 3 = 0 \\ x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{12}{5} \end{cases}$$

Suy ra hình chiếu của  $A$  lên  $d$  là  $A' \left( -\frac{1}{5}; \frac{12}{5} \right)$

**3.314** Qua  $A$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $CK$  cắt  $CK$  và  $CB$  lần lượt tại  $A_1, A_2$ .

Đường thẳng  $A_1A_2$  (hay  $AA_2$ ) có phương trình là  $3x - y + 18 = 0$

Tọa độ điểm  $A_1$  là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + 9y - 22 = 0 \\ 3x - y + 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow A_1 \left( -\frac{14}{3}; 4 \right) \Rightarrow A_2 \left( -\frac{16}{3}; 2 \right)$$

Cạnh  $BC$  (hay  $BA_2$ ) có phương trình là  $y - 2 = 0$

Tọa độ điểm  $C$  là nghiệm của hệ  $\begin{cases} 3x + 9y - 22 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow C \left( \frac{4}{3}; 2 \right)$