

PHẦN 1

CHUYÊN ĐỀ : HÀM SỐ LUỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LUỢNG GIÁC

Phần 1: Các hàm số lượng giác

1.Mối liên hệ giữa tập xác định với các hàm số

1.1.Hàm liên quan tới sin và cosin.

- Câu 1.** Tìm điều kiện để hàm số sau có nghĩa: $y = \frac{2\cos x}{\sin x - 1}$.
- A. $x \neq \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- C. $x \neq k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- Câu 2.** Tìm điều kiện để hàm số sau có nghĩa: $y = \frac{2\cos x}{\cos x - 1}$.
- A. $x \neq \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x \neq k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- C. $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là:
- A. $x \neq k\pi$ B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ C. $x \neq k2\pi$ D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$
- Câu 4.** Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\sin 3x + 1}$ là:
- A. $[-2; +\infty)$ B. $(\arcsin(-2); +\infty)$ C. $(0; 2\pi)$ D. \mathbb{R}
- Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là:
- A. $x \neq k2\pi$ B. $x \neq k\pi$ C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$
- Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x - 1}{2\cos x + \sqrt{3}}$ là:
- A. \mathbb{R} B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pm\pi}{6} + k2\pi \right\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pm 5\pi}{6} + k2\pi \right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$
- Câu 7.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x - 1}{2\cos x + 1}$ là:
- A. \mathbb{R} B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pm 2\pi}{3} + k2\pi \right\}$ C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pm 5\pi}{6} + k2\pi \right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}$
- Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \sin 3x$ là:
- A.. $D = \left\{ \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$
- C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $D = \mathbb{R}$
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = \cos 3x$ là:
- A.. $R \setminus \left\{ \frac{\pm 5\pi}{6} + k2\pi \right\}$ B. $D = \left\{ \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $D = \mathbb{R}$
- Câu 10.** Hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ xác định khi:

- A.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$ **B.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ **C.** $x \neq k2\pi$ **D.** $x \neq k\pi$

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\sin x - 2}$ là:

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ **C.** $D = \mathbb{R}$ **D.** $D = \emptyset$

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{2}}{\sin x}$ là:

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ **D.** $D = \mathbb{R}$

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$

- A.** \mathbb{R} **B.** $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}$ **C.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ **D.** $\mathbb{R} \setminus \{k\frac{\pi}{2}\}$

1.2. Hàm liên quan tới tan và cotan.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{1 - \sin x}$ là:

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = \tan 3x$ là:

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 16. Tìm điều kiện để hàm số sau có nghĩa: $y = 2\tan x$.

- A.** $x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x \neq \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\tan x}$ là:

- A.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$ **C.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ 0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2} \right\}$ **D.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{\tan x}$ là:

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$ **C.** $\mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$ **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 19. Tìm TXĐ của hàm số $y = \frac{1}{\left(\cos \frac{x}{2} - 3 \right) (\tan x - \sqrt{3})}$.

A. $D = R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in Z \right\}$

B. $D = R \setminus \left\{ \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \right\} \right\}$

C. $D = R$

D. $D = R \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi : k \in Z \right\}$

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \cot^2 2x}$ là:

A. $D = R \setminus \left\{ k180^\circ, k \in Z \right\}$

B. $D = R \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}, k \in Z \right\}$

C. $D = R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$

D. $D = R$

2. Mối liên hệ giữa các hàm số và bảng biến thiên của chúng (3 câu)

• Nhận dạng từ đồ thị.

Câu 21. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung

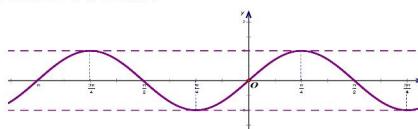
A. $y = \cot x$

B. $y = \sin x$

C. $y = \tan x$

D. $y = \cos x$

Câu 22. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \sin 2x$

B. $y = \cot 2x$.

C. $y = \tan 2x$

D. $y = \cos 2x$

3. Mối quan hệ giữa các hàm số và tính chẵn lẻ.

Câu 23. Hàm số $y = \tan x + 2 \sin x$ là:

A. Hàm số chẵn

B. Hàm số không chẵn, không lẻ

C. Hàm số lẻ

D. Hàm số không chẵn

Câu 24. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn

A. $y = |\sin 5x| \cos 2x$

B. $y = \cos 3x \tan 2x$

C. $y = x \cos 3x$

D. $y = \cot x \cos 2x$

Câu 25. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = -\tan 3x \cos x$

B. $y = \sin^2 x - \cos x$

C. $y = \sin^2 x + \sin x$

D. $y = \sin^2 x + \tan x$

Câu 26. Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cot 4x$

B. $y = \cos 3x$

C. $y = \tan 5x$

D. $y = \sin 2x$

Câu 27. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn:

A. $y = \tan 3x$

B. $y = \cos x + \sin x$

C. $y = 2 \sin x$

D. $y = -3 \cos 2x$

Câu 28. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ

A. $y = -\tan 3x \cos x$

B. $y = \sin^2 x - \cos x$

C. $y = \sin^2 x + \sin x$

D. $y = \sin^2 x + \tan x$

Câu 29. Hàm số $y = \cos x + \sin^2 x$:

A. Là hàm số lẻ

B. Là hàm số không chẵn, không lẻ;

C. Là hàm số chẵn

D. Không phải là hàm số chẵn.

Câu 30. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn.

A. $y = \sin |2016x| + \cos 2017x$

B. $y = \cot 2015x - 2016 \sin x$

C. $y = \tan 2016x + \cot 2017x$

D. $y = 2016 \cos x + 2017 \sin x$

Câu 31. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x + \cos 3x$

B. $y = \cos x \cos 3x$

C. $y = \sin x \sin 3x$

D. $y = \sin x + \sin 3x$

- Câu 32.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn.
- A. $y = \sin|2016x| + \cos 2017x$ B. $y = \cot 2015x - 2016 \sin x$
 C. $y = \tan 2016x + \cot 2017x$ D. $y = 2016 \cos x + 2017 \sin x$

4. Mối quan hệ giữa các hàm số và tính tuần hoàn, chu kì.

- Câu 33.** Trên đường tròn lượng giác, hai cung có cùng điểm ngọn là:
- A. $-\frac{\pi}{4}$ và $\frac{3\pi}{4}$ B. π và $-\pi$ C. $\frac{3\pi}{4}$ và $-\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2}$

5. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số lượng giác

5.1. Hàm số đánh giá dựa vào dk hoặc tập giá trị.

- Câu 34.** Tìm giá trị lớn nhất (max) của hàm số sau: $y = 2 \sin 10x$.
- A. $\max y = 20$. B. $\max y = 1$. C. $\max y = 2$. D. $\max y = 10$.
- Câu 35.** Tìm giá trị nhỏ nhất (min) của hàm số sau: $y = 3 \cos 10x - 4$.
- A. $\min y = -34$. B. $\min y = -4$. C. $\min y = -7$. D. $\min y = 26$.

- Câu 36.** Hàm số $y = 3 - \sin|x-1|$ có giá trị nhỏ nhất là:
- A. 2 B. 4 C. 3 D. Đáp án khác

- Câu 37.** Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 3 \cos x + 4$ lần lượt là:
 A. 1; -1 B. 1; 7 C. 7; 1 D. 8; -1

- Câu 38.** Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \cos x - 3$ lần lượt là:
 A. 0; -3 B. 0; -1 C. 1; 0 D. -1; -5

- Câu 39.** Tập giá trị của hàm số: $y = 2 \sin 2x + 3$ là
 A. $[0;1]$ B. $[2;3]$ C. $[-2;3]$ D. $[1;5]$

- Câu 40.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -\sqrt{2} \sin x$ là:
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 0 D. 3

- Câu 41.** Giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \sin 3x$ là
 A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

- Câu 42.** Trong các tập sau, tập nào là tập giá trị của hàm số: $y = 5 - 3 \sin x$?
 A. $[-1;1]$ B. $[-3;3]$ C. $[2;8]$ D. $[5;8]$

- Câu 43.** Hàm số $y = -2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 5$ đạt giá trị lớn nhất tại:
 A. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi ; k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi ; k \in \mathbb{Z}$
 C. Không tồn tại x D. $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi ; k \in \mathbb{Z}$

5.2. Đặt ẩn phụ đưa về hàm số bậc 2.

- Câu 44.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \sin^2 3x - 1$ là:
 A. -1 B. -3 C. 3 D. 1

Phần 2: Phương trình lượng giác cơ bản

1. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\sin x = m$.

Câu 45. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\sin x = \frac{1}{2}$.

- A.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

2. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\cos x = m$.

Câu 46. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\cos x = 0$.

- A.** $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 47. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình: $\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$.

- A.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 48. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ là:

- A.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ **B.** $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$
- C.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$ **D.** $x = \frac{25\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

Câu 49. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

- A.** $\cos x = -\frac{1}{2}$ **B.** $\sin x = \frac{1}{2}$ **C.** $\tan x = \sqrt{3}$ **D.** $\sin x = 2$

Câu 50. Giá trị đặc biệt nào sau đây là đúng?

- A.** $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ **B.** $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
- C.** $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$ **D.** $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 51. Phương trình $\cos 2x = \frac{1}{2}$ có số nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là:

- A.** 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 4

3. Mối quan hệ giữa nghiệm của phương trình lượng giác thuộc khoảng đoạn cho trước và phương trình.

Câu 52. Phương trình $2 \sin 2x - \sqrt{3} = 0$ có tập nghiệm trong $[0; 2\pi]$ là:

- A.** $T = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}$ **B.** $T = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} \right\}$
- C.** $T = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{6}; \frac{4\pi}{3} \right\}$ **D.** $T = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}$

- Câu 53.** Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc $[\pi; 2\pi]$ là
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4.Câu hỏi khác.

- Câu 54.** Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?
- A. $\sqrt{3} \sin x = 2$; B. $\frac{1}{4} \cos 4x = 1$
 C. $2 \sin x + 3 \cos x = 1$; D. $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$.
- Câu 55.** Để phương trình $2m \sin x + 1 = 3m$ có nghiệm thì giá trị của m là:
- A. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$ B. $\frac{1}{5} \leq m \leq 1$ C. $\frac{1}{5} \leq m \leq \frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{5} \leq m \leq \frac{1}{2}$
- Câu 56.** Để phương trình $4 \cos^2 x = m + 3$ có nghiệm thì giá trị của m là:
- A. $-3 \leq m \leq 1$ B. $-4 \leq m \leq -2$ C. $m \geq -3$ D. $m \leq 1$
- Câu 57.** Phương trình $\sin x (2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$ có các nghiệm (với mọi số nguyên k) là?
- A. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$

Phần 3: Một số dạng phương trình lượng giác cơ bản

1.Mối quan hệ giữa nghiệm và phương trình bậc nhất với 1 hàm số lượng giác

•Hàm sin.

- Câu 58.** Phương trình nào sau đây vô nghiệm?
- A. $\sin x = 3$ B. $\sin x = \frac{1}{2}$ C. $\cos x = -\frac{1}{2}$ D. $\tan x = \sqrt{3}$
- Câu 59.** Phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ có tập nghiệm là:
- A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$
 C. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$
- Câu 60.** Các nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{7}$ là
- A. $x = \frac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \pm \frac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
 C. $x = \frac{\pi}{7} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{\pi}{7} + k2\pi$ và $x = \frac{6\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

- Câu 61.** Phương trình: $\sin x - m = 0$ vô nghiệm khi m là:
- A. $-1 \leq m \leq 1$ B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ C. $m < -1$ D. $m > 1$
- Câu 62.** Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin 2x + 3$ là:
- A. $[2; 3]$ B. $[-2; 3]$ C. $[1; 5]$ D. $[0; 1]$
- Câu 63.** Nghiệm của phương trình $1 - 5 \sin x + 2 \cos^2 x = 0$ là: