

**CHUYÊN ĐỀ 1**  
**BẤT ĐẲNG THỨC**

**Câu 1.** Cho bất đẳng thức  $|a - b| \leq |a| + |b|$ . Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

- A.  $a = b$ .                      B.  $ab \leq 0$ .                      C.  $ab \geq 0$ .                      D.  $ab = 0$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

Tính chất của bất đẳng thức.

**Câu 2.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $x^2 + 3|x|$  với  $x \in \mathbb{R}$  là:

- A.  $-\frac{9}{4}$ .                      B.  $-\frac{3}{2}$ .                      C. 0.                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} x^2 \geq 0 \\ |x| \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + 3|x| \geq 0$ .

**Câu 3.** Cho biểu thức  $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ . Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hàm số  $f(x)$  chỉ có giá trị lớn nhất, không có giá trị nhỏ nhất.  
B. Hàm số  $f(x)$  chỉ có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.  
C. Hàm số  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất.  
D. Hàm số  $f(x)$  không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $f(x) \geq 0$  và  $f(1) = 0$ ;  $f(x) \leq 1$  và  $f(0) = 1$ .

Vậy hàm số  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất là 0, giá trị lớn nhất bằng 1.  
B.  $f(x)$  không có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất bằng 1.  
C.  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất là 1, giá trị lớn nhất bằng 2.  
D.  $f(x)$  không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

Ta có:  $0 < f(x) \leq 1; \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 1$ . Vậy  $f(x)$  không có giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất bằng 1.

**Câu 5.** Cho biết hai số  $a$  và  $b$  có tổng bằng 3. Khi đó, tích hai số  $a$  và  $b$

- A. có giá trị nhỏ nhất là  $\frac{9}{4}$ .                      B. có giá trị lớn nhất là  $\frac{9}{4}$ .  
C. có giá trị lớn nhất là  $\frac{3}{2}$ .                      D. không có giá trị lớn nhất.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Vì  $a$  và  $b$  là hai số bất kì nên không xác định được giá trị lớn nhất của tích  $ab$ .

**Câu 6.** Cho ba số  $a$ ;  $b$ ;  $c$  thỏa mãn đồng thời:  $a + b - c > 0$ ;  $b + c - a > 0$ ;  $c + a - b > 0$ . Để ba số  $a$ ;  $b$ ;  $c$  là ba cạnh của một tam giác thì cần thêm điều kiện gì ?

- A. Cần có cả  $a, b, c \geq 0$ .  
 B. Cần có cả  $a, b, c > 0$ .  
 C. Chỉ cần một trong ba số  $a, b, c$  dương  
 D. Không cần thêm điều kiện gì.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

**Câu 7.** Trong các hình chữ nhật có cùng chi vi thì

- A. Hình vuông có diện tích nhỏ nhất.  
 B. Hình vuông có diện tích lớn nhất.  
 C. Không xác định được hình có diện tích lớn nhất.  
 D. Cả A, B, C đều sai.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

Ý nghĩa hình học của bất đẳng thức Cô si.

**Câu 8.** Tìm mệnh đề đúng?

- A.  $a < b \Rightarrow ac < bc$ .  
 B.  $a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ .  
 C.  $a < b$  và  $c < d \Rightarrow ac < bd$ .  
 D.  $a < b \Rightarrow ac < bc, (c > 0)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Tính chất của bất đẳng thức.

**Câu 9.** Suy luận nào sau đây đúng?

- A.  $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow ac > bd$ .  
 B.  $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ .  
 C.  $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a - c > b - d$ .  
 D.  $\begin{cases} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{cases} \Rightarrow ac > bd$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Tính chất của bất đẳng thức.

**Câu 10.** Trong các tính chất sau, tính chất nào sai?

- A.  $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d$ .  
 B.  $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{d} < \frac{b}{c}$ .  
 C.  $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow ac < bd$ .  
 D.  $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a - c < b - d$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Tính chất của bất đẳng thức.

**Câu 11.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A.  $a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ .  
 B.  $a < b \Rightarrow ac < bc$ .  
 C.  $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow ac < bd$ .  
 D. Cả A, B, C đều sai.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

Tính chất của bất đẳng thức.

**Câu 12.** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d$ .  
 B.  $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases} \Rightarrow ac < bd$ .  
 C.  $\begin{cases} a \leq b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a - c < b - d$ .  
 D.  $ac \leq bc \Rightarrow a \leq b, (c > 0)$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

Tính chất của bất đẳng thức.

**Câu 13.** Cho biểu thức  $P = -a + \sqrt{a}$  với  $a \geq 0$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Giá trị nhỏ nhất của P là  $\frac{1}{4}$ .                      B. Giá trị lớn nhất của P là  $\frac{1}{4}$ .  
 C. Giá trị lớn nhất của P là  $\frac{1}{2}$ .                      D. P đạt giá trị lớn nhất tại  $a = \frac{1}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } P = -a + \sqrt{a} = -(\sqrt{a})^2 + \sqrt{a} = \frac{1}{4} - \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}.$$

**Câu 14.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$  bằng

- A.  $\frac{11}{4}$ .                      B.  $\frac{4}{11}$ .                      C.  $\frac{11}{8}$ .                      D.  $\frac{8}{11}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

$$\text{Ta có: } x^2 - 5x + 9 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \geq \frac{11}{4}; \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra: } f(x) = \frac{2}{x^2 - 5x + 9} \leq \frac{8}{11}. \text{ Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng } \frac{8}{11}.$$

**Câu 15.** Cho  $f(x) = x - x^2$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A.  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất bằng  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng  $\frac{1}{2}$ .  
 C.  $f(x)$  có giá trị nhỏ nhất bằng  $-\frac{1}{4}$ .                      D.  $f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng  $\frac{1}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**

$$f(x) = x - x^2 = -\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4} \text{ và } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}.$$

**Câu 16.** Bất đẳng thức  $(m+n)^2 \geq 4mn$  tương đương với bất đẳng thức nào sau đây?

- A.  $n(m-1)^2 - m(n-1)^2 \geq 0$ .                      B.  $m^2 + n^2 \geq 2mn$ .  
 C.  $(m+n)^2 + m - n \geq 0$ .                      D.  $(m-n)^2 \geq 2mn$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

$$(m+n)^2 \geq 4mn \Leftrightarrow m^2 + 2mn + n^2 \geq 4mn \Leftrightarrow m^2 + n^2 \geq 2mn.$$

**Câu 17.** Với mọi  $a, b \neq 0$ , ta có bất đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

- A.  $a - b < 0$ .                      B.  $a^2 - ab + b^2 < 0$ .                      C.  $a^2 + ab + b^2 > 0$ .                      D.  $a - b > 0$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

$$a^2 + ab + b^2 = a^2 + 2a \frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4} > 0; \forall b \neq 0.$$

**Câu 18.** Với hai số  $x, y$  dương thoả  $xy = 36$ , bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $x + y \geq 2\sqrt{xy} = 12$ .                      B.  $x + y \geq 2xy = 72$ .                      C.  $4xy \leq x^2 + y^2$ .                      D.  $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \geq xy = 36$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**