

CHUYÊN ĐỀ : HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Phần 1: Các hàm số lượng giác

1. Mọi liên hệ giữa tập xác định với các hàm số

1.1. Hàm liên quan tới sin và cosin.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{2}}{\sin x}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $D = \mathbb{R}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

B. $x \neq k2\pi$

C. $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi$

D. $x \neq \pi + k2\pi$

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \cos \sqrt{x}$ là

A. $x > 0$

B. $x \geq 0$

C. \mathbb{R}

D. $x \neq 0$

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\sin x + 1}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

B. $x \neq k2\pi$

C. $x \neq \frac{3\pi}{2} + k2\pi$

D. $x \neq \pi + k2\pi$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

1.2. Hàm liên quan tới tan và cotan.

Câu 6: Tập xác định của $y = \tan 2x$ là:

A. $x \neq \pi + k\pi$

B. $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

D. $x \neq \pi + k2\pi$

Câu 7: Tập xác định của $y = \tan 2x$ là:

A. $x \neq 180^\circ + k360^\circ$

B. $x \neq -90^\circ + k360^\circ$

C. $x \neq 90^\circ + k360^\circ$

D. $x \neq 45^\circ + k90^\circ$

Câu 8: Tập xác định của $y = \cot x$ là:

A. $x \neq k90^\circ$

B. $x \neq k360^\circ$

C. $x \neq 180^\circ + k360^\circ$

D. $x \neq 90^\circ + k360^\circ$

Câu 9: Tập xác định của $y = \cot 2x$ là:

A. $x \neq \frac{k\pi}{2}$

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

C. $x \neq k\pi$

D. $x \neq k2\pi$

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $x \neq \frac{-\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

C. $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

Câu 11: Hàm số $y = \frac{\tan x}{1 + \tan x}$ không xác định tại các điểm:

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \cot 3x$ là?

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 13: Hàm số $y = \tan 2x$ có tập xác định là:

A. \mathbb{R}

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = \tan \left(2x - \frac{\pi}{3} \right)$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$

B. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi$

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

D. $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

1.3. Hàm hỗn hợp và dùng kĩ thuật đánh giá hoặc sử dụng các công thức biến đổi.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x - 1}{\cos x}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 3\cos x}{\sin x}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

B. $x \neq k2\pi$

C. $x \neq \frac{k\pi}{2}$

D. $x \neq k\pi$

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - 2\cos x}{\sin 3x - \sin x}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là

A. $x \neq k2\pi$

B. $x \neq \pi + k2\pi$

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 19: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là

- A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ C. $x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ D. $x \neq k\pi$

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

- A. $x \neq k\pi$ B. $x \neq k2\pi$ C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là

- A. $x \neq k2\pi$ B. $x \neq k\pi$ C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$

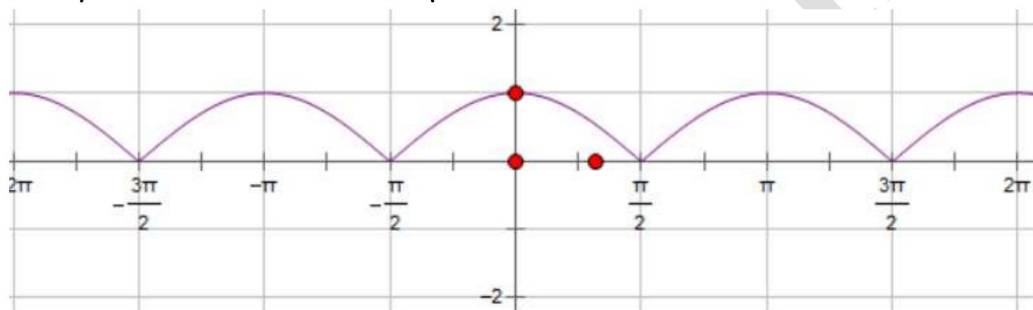
Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin 2x + \cos x}{\tan x - \sin x}$ là

- A. $R \setminus \{k\pi\}$ B. $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ C. $R \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2} \right\}$ D. $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k2\pi \right\}$

2. Mối liên hệ giữa các hàm số và bảng biến thiên của chúng (3 câu)

• Nhận dạng từ đồ thị.

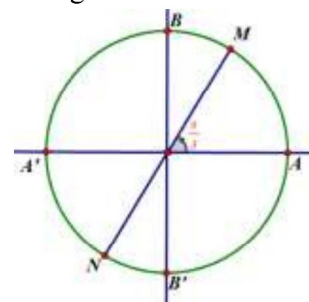
Câu 23: Đồ thị hàm số trên hình vẽ là đồ thị của hàm số nào



- A. $y = |\cos x|$ B. $y = |\sin x|$ C. $y = |\tan x|$ D. $y = |\cos 2x|$

Câu 24: Trên hình vẽ sau, các điểm M; N là những điểm biểu diễn của các cung có số đo là

- A. $\frac{\pi}{3} + k \frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3} + k2\pi$
C. $\frac{4\pi}{3} + k\pi$ D. $-\frac{\pi}{3} + k\pi$



• Từ bảng biến thiên suy ra tính đơn điệu.

Câu 25: Trong những khẳng định sau đây, khẳng định nào sai

- A. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2} \right)$
B. Hàm số $y = \cos(x^3)$ là hàm số chẵn
C. Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$
D. Hàm số $y = \sin x$ là hàm tuần hoàn với chu kỳ 2π

3. Mối quan hệ giữa các hàm số và tính chẵn lẻ.

Câu 26: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số $y = x + \cos x$ là hàm số chẵn. B. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn. D. Hàm số $y = x + \sin x$ là hàm số lẻ.

Câu 27: Hàm số $y = \sin x \cos^3 x$ là

- A. Hàm số chẵn B. Hàm số lẻ

- Câu 39:** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos 2x - 2$ lần lượt là:
A. 3 và -2 **B.** -3 và -1 **C.** 2 và -2 **D.** 3 và -1
- Câu 40:** Giá trị lớn nhất của hàm số: $y = 3 - 4\sin x$
A. -1 **B.** 7 **C.** 1 **D.** 2
- Câu 41:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin 23x - 1$ là:
A. $y = -1$ **B.** $y = 3$ **C.** $y = 17$ **D.** giá trị khác
- Câu 42:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\cos 2x + 1$?
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4
- Câu 43:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 + 5\sqrt{\sin 2x}$ là:
A. $\max y = 1 + 5\sqrt{2}$ **B.** $\max y = 6$ **C.** $\max y = 11$ **D.** Giá trị khác.
- Câu 44:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin x - 4\cos x$ là:
A. -1 **B.** 0 **C.** 5 **D.** 7
- Câu 45:** Hàm số $y = f(x) = 2 - 3\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ đạt GTLN bằng
A. 5, tại $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **B.** 5, tại $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
C. 5, tại $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ **D.** 5, tại $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- Câu 46:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$, là
A. $y_{\max} = 1.$ **B.** $y_{\max} = 2.$ **C.** $y_{\max} = \sqrt{2}.$ **D.** $y_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

5.2. Đặt ẩn phụ đưa về hàm số bậc 2.

6. Ứng dụng phép tịnh tiến, đối xứng tâm vào vẽ đồ thị hàm số.

- Câu 47:** [1D1-2] Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$. Tịnh tiến lên trên hai đơn vị ta được đồ thị hàm số nào sau đây?
A. $y = \cos x + 2.$ **B.** $y = \cos x - 2.$ **C.** $y = \cos(x + 2).$ **D.** $y = \cos(x - 2)$

7. Câu hỏi khác C.

- Câu 48:** Tập giá trị của hàm số $y = \cot x$ là:
A. $T = [-2; 2]$ **B.** $T = \mathbb{R}$ **C.** $T = \mathbb{Q}$ **D.** $T = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- Câu 49:** Tập giá trị của hàm số $y = \sin x - 3$ là:
A. $[-4; -2]$ **B.** $[-3; 1]$ **C.** $[-2; 2]$ **D.** $[-4; 2]$
- Câu 50:** Hãy chọn câu đúng trong hai câu sau:
 (I) Hàm $y = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$ có giá trị cực đại là $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
 (II) Hàm $y = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$ có giá trị cực tiểu là $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.
A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Cả 2 sai. **D.** Cả 2 đúng.
- Câu 51:** Đường biểu diễn của hàm số nào sau đây không đối xứng qua gốc tọa độ?
A. $y = \sin x \cos x.$ **B.** $y = \sin x + \cos x.$ **C.** $y = x + \sin x.$ **D.** $y = x \cdot \cos x.$
- Câu 52:** Hàm số nào sau đây có giá trị cực đại bằng 2?
A. $y = \tan 2x.$ **B.** $y = \cot 2x.$