

CHUYÊN ĐỀ : HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Phần 1: Các hàm số lượng giác

1. Mọi liên hệ giữa tập xác định với các hàm số

1.1. Hàm liên quan tới sin và cosin.

1.2. Hàm liên quan tới tan và cotan.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\tan x + 1}$ là :

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left(\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right)$.

1.3. Hàm hỗn hợp và dùng kĩ thuật đánh giá hoặc sử dụng các công thức biến đổi.

2. Mọi liên hệ giữa các hàm số và bảng biến thiên của chúng (3 câu)

• Nhận dạng từ đồ thị.

• Từ bảng biến thiên suy ra tính đơn điệu.

3. Mọi quan hệ giữa các hàm số và tính chẵn lẻ.

4. Mọi quan hệ giữa các hàm số và tính tuần hoàn, chu kì.

5. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số lượng giác

5.1. Hàm số đánh giá dựa vào đk hoặc tập giá trị.

5.2. Đặt ẩn phụ đưa về hàm số bậc 2.

6. Ứng dụng phép tịnh tiến, đối xứng tâm vào vẽ đồ thị hàm số.

7. Câu hỏi khác.

Phần 2: Phương trình lượng giác cơ bản

1. Mọi liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\sin x = m$.

Câu 2: Nghiệm phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Nghiệm phương trình $2\sin 2x + \sqrt{3} = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Nghiệm phương trình $2\sin(x + 30^\circ) + 1 = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = -30^\circ + k360^\circ \\ x = 210^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = -60^\circ + k360^\circ \\ x = 120^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = -60^\circ + k180^\circ \\ x = 210^\circ + k180^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = -60^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

2. Mọi liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\cos x = m$.

Câu 5: Nghiệm phương trình $2\cos x + 1 = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 6: Nghiệm phương trình $2\cos 2x - \sqrt{3} = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 7: Phương trình $2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k2\pi; x = -\beta + k2\pi; (0 \leq \alpha, \beta \leq \pi)$. Khi đó $\alpha + \beta$ bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{5\pi}{6}$.

3. Mọi liên hệ giữa nghiệm và phương trình có sự biểu diễn qua lại giữa sin và cosin.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin\left(3x - \frac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$ là:

A. $x = \frac{25\pi}{72} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{13\pi}{24} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = -\frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = -\frac{25\pi}{72} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\cos 2x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

4. Mọi liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\tan x = m$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **C.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 11: Số nghiệm của phương trình $\tan x = -\sqrt{3}$ với $x \in (0; \pi)$

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ là:

A. $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\tan(2x + 30^\circ) = \sqrt{3}$ là:

A. $x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = 15^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = 15^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = 30^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $\tan x = 3$ là:

A. $x = \arctan 3 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \arctan 3 + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x \in \emptyset$. **D.** $x = 3 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 15: Nghiệm phương trình $3\tan x - \sqrt{3} = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 16: Nghiệm phương trình $\sqrt{3}\tan 2x + 3 = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 17: Số Nghiệm phương trình $3\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0$ với $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

5. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình $\cot x = m$.

Câu 18: Nghiệm của phương trình $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 19: Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{n} + \frac{k\pi}{m} (k \in \mathbb{Z})$. Khi đó $n - m$ bằng

A. -3. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 20: Phương trình $\cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ có 1 họ nghiệm dạng $x = \alpha + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}); \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó giá trị gần nhất của α là :

A. $\frac{\pi}{42}$ **B.** $x = \frac{\pi}{15}$ **C.** $\frac{\pi}{20}$ **D.** $\frac{\pi}{30}$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $\cot(2x) = \frac{1}{4}$ là:

- A. $x = \text{arccot}\left(\frac{1}{8}\right) + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 B. $x = \text{arccot}\left(\frac{1}{8}\right) + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x \in \emptyset$.
 D. $x = \frac{1}{2} \text{arccot}\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 22: Nghiệm phương trình $3\cot x + \sqrt{3} = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 23: Nghiệm phương trình $\sqrt{3}\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 D. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

6. Mối liên hệ giữa nghiệm và phương trình có sự biểu diễn qua lại giữa tan và cot.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - \tan x = 0$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.
 B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.
 D. $x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 25: Nghiệm của phương trình $\tan 2x - \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có dạng $x = \frac{\pi}{n} + \frac{k\pi}{m} (k \in \mathbb{Z})$. Khi đó n.m bằng

- A. 8. B. 32. C. 36. D. 12.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right) = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. D.
 $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

7. Mối quan hệ giữa nghiệm của phương trình lượng giác thuộc khoảng đoạn cho trước và phương trình.

Câu 27: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ với $x \in [0; \pi]$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{6}$. B. $x = \frac{5\pi}{6}$ C. $x = \frac{13\pi}{6}$. D. Cả A và B đều đúng

Câu 28: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $x \in [\pi; 2\pi]$ là:

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 29: Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ với $x \in (\pi; 8\pi)$ là:

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 30: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$ với $x \in [0; \pi]$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 31: Số nghiệm phương trình $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$ với $x \in [0; \pi]$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32: Số nghiệm phương trình $\sqrt{3}\cot 2x - 1 = 0$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. 0. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

8. Phương trình đưa về dạng tích cơ bản bằng cách sử dụng công thức nhân đôi, cung hơn kém.

9. Tìm tập xác định hàm số chứa phương trình lượng giác cơ bản.

Câu 33: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos x}$ là :

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 34: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}}$ là :

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{5\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \left\{ -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right\}$.

Câu 35: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 + \sin x}{\cos\left(4x + \frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)}$ là :

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{17\pi}{140} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \left\{ \frac{17\pi}{140} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{7\pi}{20} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \left\{ -\frac{17\pi}{140} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{7\pi}{20} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \left\{ \frac{17\pi}{140} + \frac{k2\pi}{7} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{7\pi}{20} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \right\}$.