

CHUYÊN ĐỀ : HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Phần 1: Các hàm số lượng giác

1. Mối liên hệ giữa tập xác định với các hàm số

1.1. Hàm liên quan tới sin và cosin.

**Câu 1:** Tập xác định của hàm số  $y = \sin \frac{x}{x+1}$  là :

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$       **B.**  $D = (-1; +\infty)$       **C.**  $D = (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$       **D.**  $D = \mathbb{R}$

**Câu 2:** Tập xác định của hàm số  $y = \sin \sqrt{-x}$  là :

- A.**  $D = [0; +\infty)$       **B.**  $D = (-\infty; 0)$       **C.**  $D = \mathbb{R}$       **D.**  $D = (-\infty; 0]$

**Câu 3:** Tập xác định của hàm số  $y = \cos \sqrt{1-x^2}$  là :

- A.**  $D = (-1; 1)$       **B.**  $D = [-1; 1]$       **C.**  $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$       **D.**  $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

**Câu 4:** Tập xác định của hàm số  $y = \cos \sqrt{\frac{x+1}{x}}$  là :

- A.**  $D = [-1; 0)$       **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$       **C.**  $D = (-\infty; -1] \cup (0; +\infty)$       **D.**  $D = (0; +\infty)$

1.2. Hàm liên quan tới tan và cotan.

**Câu 5:** Tập  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$  là tập xác định của hàm số nào sau đây?

- A.**  $y = \tan x$       **B.**  $y = \cot x$       **C.**  $y = \cot 2x$       **D.**  $y = \tan 2x$

**Câu 6:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$  là

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$       **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$       **C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$       **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**Câu 7:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \tan \left( 2x + \frac{\pi}{3} \right)$  :

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .      **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 8:** Tập xác định của hàm số  $y = \tan \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$  là :

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$       **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$   
**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$       **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 9:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot \left( x + \frac{\pi}{3} \right)$  là :

- A.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$       **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$   
**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$       **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 10:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)$  là :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{8} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 11:** Tập xác định D của hàm số  $y = \tan\left(\frac{\pi}{8} - 2x\right)$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3\pi}{16} + l\frac{\pi}{2}, l \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3\pi}{2} - k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3\pi}{2} - k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 12:** Tập xác định D của hàm số  $y = \tan x - \sqrt{3}$  là

A.  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

B.  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

C.  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

D.  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

**1.3. Hàm hỗn hợp và dùng kỹ thuật đánh giá hoặc sử dụng các công thức biến đổi.**

**Câu 13:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x}$  là

A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 14:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{1 - \cos^2 x}$  là :

A.  $D = \mathbb{R}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**Câu 15:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\cos x - 1} + 1 - \cos^2 x$  là :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $D = \{0\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

D.  $D = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**Câu 16:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$  là :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

D.  $D = \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 17:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{1 - \sin x}$  là :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 18:** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x + \frac{1}{1 + \tan^2 x}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 19:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\cos x}}$  là :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

**Câu 20:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$  là :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 21:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{1-\sin x} + \sqrt{1-\cos x}$  là :

A.  $D = \mathbb{R}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 22:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x + \cos x}$  là :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 23:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$  :

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $D = \mathbb{R}$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

**2. Mối liên hệ giữa các hàm số và bảng biến thiên của chúng (3 câu)**

**• Nhận dạng từ đồ thị.**

**Câu 24:** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào cho dưới đây

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
y	0	1	0	-1	0

A.  $y = 1 + \sin x$ .

B.  $y = \cos 2x$ .

C.  $y = \sin x$ .

D.  $y = \cos x$

**Câu 25:** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào cho dưới đây ?

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
y	1	0	-1	0	1

A.  $y = \sin x$

B.  $y = \cos x$

C.  $y = \sin 2x$

D.  $y = 1 + \cos x$

**Câu 26:** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào cho dưới đây ?

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$
y	$-\infty$	0	$+\infty$

- A.  $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$       B.  $y = \cot x$       C.  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$       D.  $y = \tan x$

• Từ bảng biến thiên suy ra tính đơn điệu.

**Câu 27:** Xét hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $[-\pi; 0]$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

- A. Trên các khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right); \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số luôn đồng biến.  
 B. Trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  hàm số đồng biến và trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số nghịch biến.  
C. Trên khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$  hàm số nghịch biến và trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số đồng biến.  
 D. Trên các khoảng  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right); \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số luôn nghịch biến.

**Câu 28:** Xét hàm số  $y = \sin x$  trên đoạn  $[0; \pi]$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

- A. Trên các khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right); \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  hàm số luôn đồng biến.  
B. Trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số đồng biến và trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  hàm số nghịch biến.  
 C. Trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số nghịch biến và trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  hàm số đồng biến.  
 D. Trên các khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right); \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  hàm số luôn nghịch biến.

**Câu 29:** Xét hàm số  $y = \cos x$  trên đoạn  $[-\pi; \pi]$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

- A. Trên các khoảng  $(-\pi; 0); (0; \pi)$  hàm số luôn nghịch biến.  
B. Trên khoảng  $(-\pi; 0)$  hàm số đồng biến và trên khoảng  $(0; \pi)$  hàm số nghịch biến.  
 C. Trên khoảng  $(-\pi; 0)$  hàm số nghịch biến và trên khoảng  $(0; \pi)$  hàm số đồng biến.  
 D. Trên các khoảng  $(-\pi; 0); (0; \pi)$  hàm số luôn đồng biến.

**Câu 30:** Xét hàm số  $y = \tan x$  trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

- A. Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số luôn đồng biến.  
 B. Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số đồng biến và trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số nghịch biến.  
 C. Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$  hàm số nghịch biến và trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số đồng biến.  
 D. Trên khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số luôn nghịch biến.

**Câu 31:** Xét hàm số  $y = \cot x$  trên khoảng  $(-\pi; 0)$ . Câu khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

