

CHỦ ĐỀ 3. CON LẮC ĐƠN

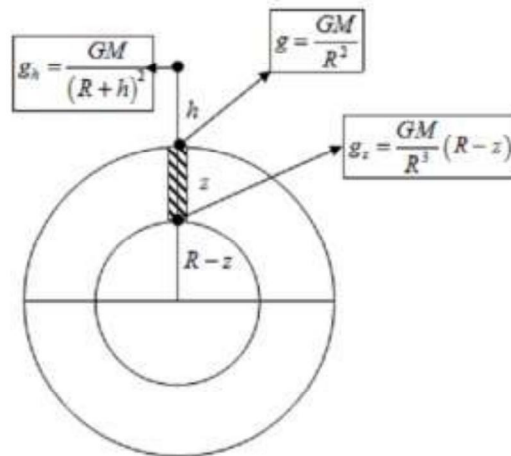
BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THAY ĐỔI CHU KÌ

Phương pháp giải

1) CHU KÌ THAY ĐỔI LỚN

+ Con lắc đưa lên cao:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l'}{g_h}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g_h}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM}{(R+h)^2}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \left(1 + \frac{h}{R}\right)$$



+ Con lắc đưa xuống sâu:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l'}{g_z}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g_z}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM(R-z)}{R^3}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{R}{R-z}}$$

+ Con lắc đưa lên Thiên Thể:

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l'}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{GM}{R^2}}{\frac{GM'}{R'^2}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{M}{M'}} \cdot \frac{R'}{R}$$

+ Con lắc đơn di chuyển trên Trái Đất:
$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l'}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

Ví dụ 1: Người ta đưa một con lắc lên tới độ cao $h = 0,1R$ (R là bán kính của Trái Đất). Để chu kì không đổi phải thay đổi chiều dài của con lắc như thế nào

- A. Giảm 17%. B. Tăng 21%. C. Giảm 21%. D. Tăng 17%.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$1 = \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \left(1 + \frac{h}{R}\right) \Leftrightarrow \frac{l'}{l} = 0,83 = 1 - 0,17 = 100\% - 17\%$$

Ví dụ 2: Một con lắc đơn khi dao động trên mặt đất, chu kì dao động 2,4 s. Đem con lắc lên Mặt Trăng mà không thay đổi chiều dài thì chu kỳ dao động của nó là bao nhiêu? Biết rằng khối lượng Trái Đất gấp 81 lần khối lượng Mặt Trăng, bán kính Trái Đất bằng 3,7 lần bán kính Mặt Trăng.

- A. 5,8 s. B. 4,8 s. C. 3,8 s. D. 2,8 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{GM}{R^2} \cdot \frac{R'}{GM'}} = \sqrt{\frac{M}{M'} \cdot \frac{R'}{R}} = 9 \cdot \frac{1}{3,7} \Leftrightarrow T' = 5,8(s)$$

Ví dụ 3: Một con lắc đơn khi dao động trên mặt đất tại nơi có gia tốc trọng trường $9,819 \text{ m/s}^2$ chu kì dao động 2 (s). Đưa con lắc đơn đến nơi khác có gia tốc trọng trường $9,793 \text{ m/s}^2$ muốn chu kì không đổi phải thay đổi chiều dài của con lắc như thế nào?

- A. Giảm 0,3%. B. Tăng 0,5%. C. Tăng 0,5%. D. Tăng 0,3%.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l'}{g'}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} \Leftrightarrow \frac{l'}{l} = \frac{g'}{g} = \frac{9,793}{9,819} = 0,997 = 100\% - 0,3\%$$

2) CHU KÌ THAY ĐỔI NHỎ

Công thức gần đúng: $(1+u)^a = 1+au$ với $u \ll 1$

$$\sqrt{\frac{1+\Delta l}{l}} = \left(1 + \frac{\Delta l}{l}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l}$$

$$\sqrt{\frac{g}{g+\Delta g}} = \left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

$$\sqrt{\frac{1+at^0}{1+at^1}} = (1+at^0)^{\frac{1}{2}} (1+at^1)^{-\frac{1}{2}} = \left(1 + \frac{1}{2} at^0\right) \left(1 - \frac{1}{2} at^1\right) = 1 + \frac{1}{2} a(t^0 - t^1)$$

$$\sqrt{\frac{R}{R-z}} = \left(1 - \frac{z}{R}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{z}{R}$$

+ Chu kì thay đổi do thay đổi l và g :

$$\frac{T'}{T} = \frac{2\pi\sqrt{l'/g'}}{2\pi\sqrt{l/g}} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{l+\Delta l}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g+\Delta g}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l} - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

+ Chu kì thay đổi do chỉ nhiệt độ thay đổi:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+at'^0}{1+at^0}} = 1 + \frac{1}{2} a(t'^0 - t^0)$$

+ Chu kì thay đổi do cả nhiệt độ và vị trí địa lí thay đổi:

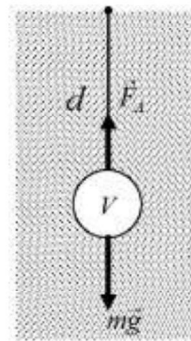
$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+at'^0}{1+at^0}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g+\Delta g}} = 1 + \frac{1}{2} a(t'^0 - t^0) - \frac{1}{2} \frac{\Delta g}{g}$$

+ Chu kì thay đổi do đưa lên độ cao h và nhiệt độ cũng thay đổi:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \sqrt{\frac{1+at'^0}{1+at^0}} \cdot \sqrt{\frac{GM/R^2}{GM/(R+h)^2}} = 1 + \frac{1}{2} a(t'^0 - t^0) + \frac{h}{R}$$

+ Chu kì thay đổi do lực Acsimet.

Quả nặng có thể tích V khi đặt chìm trong chất lỏng hoặc chất khí có khối lượng riêng d luôn luôn chịu tác dụng của lực đẩy Acsimet $F_A = dVg$ (giá trị nhỏ !!). Lực đó gây ra cho vật gia tốc \vec{a} , có hướng ngược với hướng của \vec{g} và có độ lớn $a = \frac{dVg}{m} = \frac{dVg}{DV} = \frac{dg}{D}$ (Với D là khối lượng riêng của chất làm quả nặng).



Lúc này vai trò của gia tốc trọng trường tác dụng lên vật được thay bằng

gia tốc trọng trường hiệu dụng \vec{g}' có hướng cùng hướng với \vec{g} và có độ lớn

$$g' = g - a = g - \frac{dg}{D}.$$

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\frac{g}{g'}} = \left(1 - \frac{d}{D}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{d}{D}$$

+ Nếu ngoại lực F gây ra một gia tốc nhỏ $a = \frac{F}{m}$ thì cũng được coi là một nguyên m