

Chủ đề 1: DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

II. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN QUÃNG ĐƯỜNG

Chúng ta sẽ nghiên cứu các bài toán:

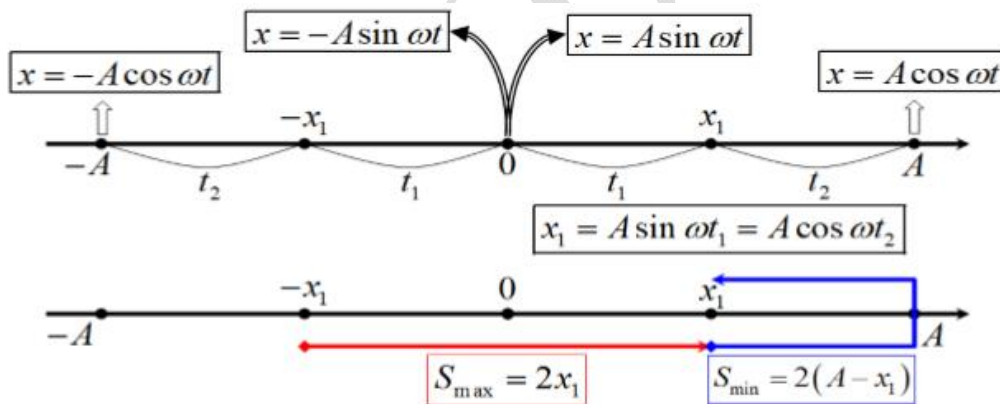
- + Quãng đường đi được tối đa, tối thiểu.
- + Quãng đường đi được từ t_1 đến t_2 .

1. Quãng đường đi được tối đa, tối thiểu.

1.1. Trường hợp $\Delta t < \frac{T}{2} \Leftrightarrow \Delta\varphi = \omega\Delta t < \pi$

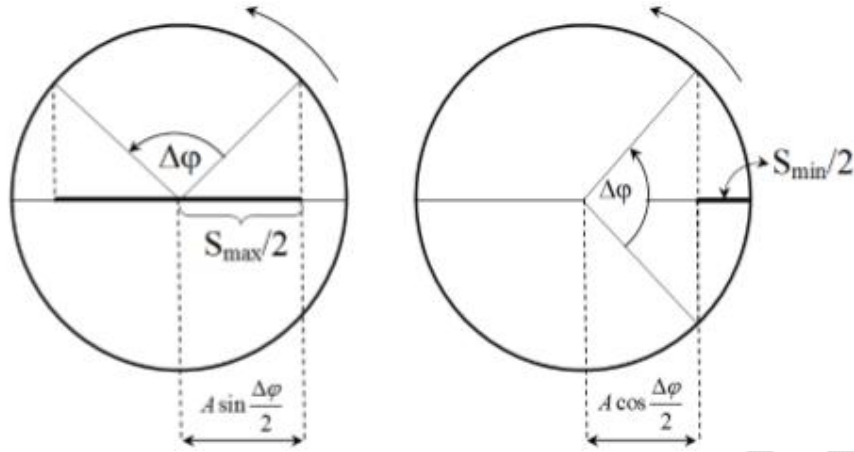
Trong dao động điều hòa, càng gần vị trí biên thì tốc độ càng bé. Vì vậy trong cùng một khoảng thời gian nhất định muốn đi được quãng đường lớn nhất thì đi xung quanh vị trí cân bằng và muốn đi được quãng đường bé nhất thì đi xung quanh vị trí biên.

Cách 1: Dùng PTLG



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Quãng đường cực đại} \Leftrightarrow t_1 = \frac{\Delta t}{2} \Rightarrow S_{\max} = 2A \sin \omega t_1 = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \\ \text{Quãng đường cực tiểu} \Leftrightarrow t_2 = \frac{\Delta t}{2} \Rightarrow S_{\min} = 2(A - A \cos \omega t_2) = 2A - 2A \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \end{array} \right.$$

Cách 2: Dùng VTLG



$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \begin{cases} S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \\ S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \end{cases}$$

Quy trình giải nhanh: $\begin{cases} \Delta\varphi = \omega\Delta t \\ S_{\max} \leftrightarrow \sin \rightarrow \S \text{ i xung quanh VTCB} \\ S_{\min} \leftrightarrow \cos \rightarrow \S \text{ i xung quanh VT biên} \end{cases}$

Ví dụ 1: Một chất điểm dao động điều hòa trên trục Ox với tần số góc 10 (rad/s) và biên độ 10 (cm). Trong khoảng thời gian 0,2 (s), quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất mà vật có thể đi được lần lượt là

- A. 16,83 cm và 9,19 cm. B. 0,35 cm và 9,19 cm.
C. 16,83 cm và 3,05 cm. D. 0,35 cm và 3,05 cm.

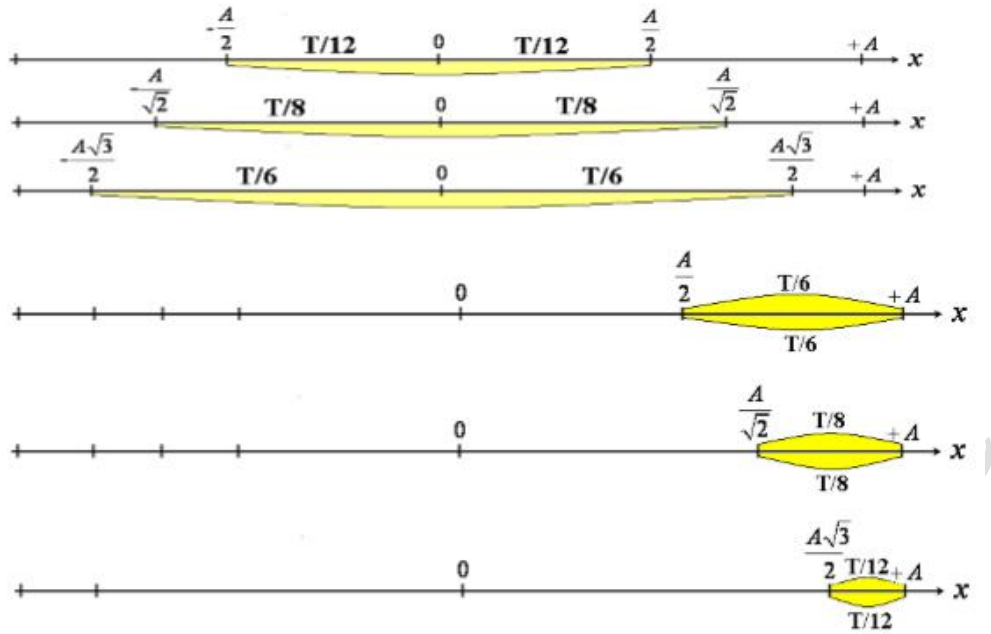
Hướng dẫn:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = 2(\text{rad}) \Rightarrow \begin{cases} S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = 2 \cdot 10 \sin 1 \approx 16,83(\text{cm}) \\ S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2 \cdot 10 (1 - \cos 1) \approx 9,19(\text{cm}) \end{cases}$$

(Vì đơn vị tính là rad nên khi bấm máy tính học sinh nên cẩn thận đơn vị!).

Chọn đáp án: A

Chú ý: Đối với các khoảng thời gian đặc biệt $\frac{T}{3}; \frac{T}{4}; \frac{T}{6}; \dots$ để tìm $S_{\max}; S_{\min}$ nhanh, ta sử dụng trục phân bố thời gian và lưu ý: $S_{\max} \Leftrightarrow$ đi quanh VTCB, $S_{\min} \Leftrightarrow$ đi quanh VT biên.

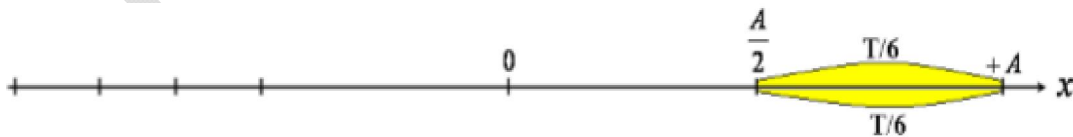


Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox , quanh vị trí cân bằng O với biên độ A và chu kỳ T . Gọi S_1, S_2 lần lượt là quãng đường nhỏ nhất mà vật có thể đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{3}$ và quãng đường lớn nhất mà vật có thể đi được trong khoảng thời gian $\frac{T}{6}$ thì

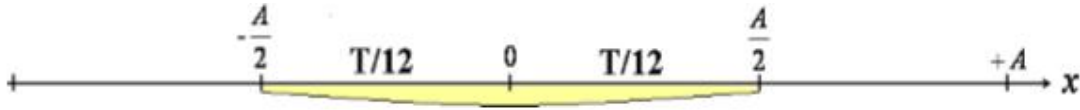
- A. $S_1 > S_2$. B. $S_1 = S_2 = A$. C. $S_1 = S_2 = A\sqrt{3}$. D. $S_1 < S_2$.

Hướng dẫn:

Trong khoảng thời gian $\frac{T}{3}$ để đi được quãng đường nhỏ nhất thì vật đi xung quanh vị trí biên mỗi nửa một khoảng thời gian $\frac{T}{6}$ tương ứng với quãng đường $\frac{A}{2}$. Vì vậy: $S_1 = A$.



Trong khoảng thời gian $\frac{T}{6}$ để đi được quãng đường lớn nhất thì vật đi xung quanh vị trí cân bằng mỗi nửa một khoảng thời gian $\frac{T}{12}$ tương ứng với quãng đường $\frac{A}{2}$. Vì vậy: $S_2 = A$.



Chọn đáp án: B

Kinh nghiệm: Kết quả bài toán này được đề cập khá nhiều trong các đề thi. Để dễ nhớ ta viết dưới dạng:

$$\begin{cases} S_{\max\left(\frac{T}{6}\right)} = A \left(\text{\$ i xung quanh VTCB mỗi nửa } \frac{A}{2} \right) \\ S_{\min\left(\frac{T}{3}\right)} = A \left(\text{\$ i xung quanh VT bi\^a n mỗi nửa } \frac{A}{2} \right) \end{cases}$$

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa với biên độ 6 cm. Quãng đường lớn nhất mà vật đi được trong 0,2 s là $6\sqrt{3}$ cm. Tính tốc độ của vật khi nó cách vị trí cân bằng 3 cm.

- A. 53,5 cm/s. B. 54,9 cm/s. C. 54,4 cm/s. D. 53,1 cm/s.

Hướng dẫn:

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta \varphi}{2} = 2A \sin \frac{\omega \Delta t}{2} \Leftrightarrow 6\sqrt{3} = 2.6 \sin \frac{\omega 0,2}{2} \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ (rad/s)}$$

$$|v| = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \frac{10\pi}{3} \sqrt{6^2 - 3^2} \approx 54,4 \text{ (cm/s)}$$

Chọn đáp án : C

Ví dụ 4: Một vật động điều hoà cứ trong mỗi chu kì thì có $\frac{1}{3}$ thời gian vật cách vị trí cân bằng không quá 10 cm . Quãng đường lớn nhất mà vật có thể đi được trong $\frac{1}{6}$ chu kì dao động là

- A. 5 cm. B. 10 cm. C. 20 cm. D. $10\sqrt{3}$ cm.

Hướng dẫn:

Khoảng thời gian trong một chu kì vật cách vị trí cân bằng một khoảng nhỏ hơn x_1 là:

$$\Delta t = 4 \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{x_1}{A} \Leftrightarrow \frac{T}{3} = 4 \frac{T}{2\pi} \arcsin \frac{10}{A} \Rightarrow \frac{10}{A} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow A = 20 \text{ (cm)}.$$

Quãng đường lớn nhất có thể đi được trong $\frac{T}{6}$ là $S_{\max} = A = 20$ cm.

Chọn đáp án : C

Chú ý: Đối với bài toán tìm thời gian cực đại và cực tiểu để đi được quãng đường S thì cần lưu ý: Thời gian cực đại ứng với công thức quãng đường cực tiểu. Thời gian cực tiểu ứng với công thức quãng đường cực đại

$$\begin{cases} t_{\min} \leftrightarrow S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \\ t_{\max} \leftrightarrow S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \begin{cases} t_{\min} = \Delta t \\ t_{\max} = \Delta t \end{cases}$$

Ví dụ 5: Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm, với tần số góc 2π rad/s. Thời gian ngắn nhất để vật đi được quãng đường 16,2 cm là

- A. 0,25 (s). B. 0,3 (s). C. 0,35 (s). D. 0,45 (s).

Hướng dẫn:

Thời gian cực tiểu ứng với công thức quãng đường cực đại:

$$S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} \Rightarrow 16,2 = 2 \cdot 10 \cdot \sin \frac{2\pi\Delta t}{2} \Rightarrow \Delta t \approx 0,3(s).$$

Chọn đáp án : B

Ví dụ 6: Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm, với tần số góc 2π rad/s. Thời gian dài nhất để vật đi được quãng đường 10,92 cm là:

- A. 0,25 (s). B. 0,3 (s). C. 0,35 (s). D. 0,45 (s).

Hướng dẫn:

Thời gian cực đại ứng với công thức quãng đường cực tiểu:

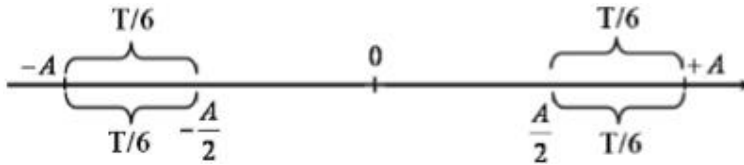
$$S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \Rightarrow 10,92 = 2 \cdot 10 \left(1 - \cos 2\pi \frac{\Delta t}{2}\right) \Rightarrow \Delta t \approx 0,35(s)$$

Chọn đáp án : C

Ví dụ 7: Một vật dao động điều hòa với biên độ 10 cm, với chu kì 0,1 s. Thời gian dài nhất để vật đi được quãng đường 10 cm là

- A. $\frac{1}{15}$ (s). B. $\frac{1}{40}$ (s). C. $\frac{1}{60}$ (s). D. $\frac{1}{30}$ (s).

Hướng dẫn:



Thời gian dài nhất ứng với vật đi chậm nhất.

Vật đi xung quanh vị trí biên (VD: $x = A$) từ $x = \frac{A}{2}$ đến $x = A$ rồi đến $x = \frac{A}{2}$.

Thời gian đi sẽ là: $\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3} = \frac{1}{30}(s)$.

Chọn đáp án : D

1.2. Trường hợp $\Delta t' > \frac{T}{2} \Leftrightarrow \Delta t' = n\frac{T}{2} + \Delta t$ với $0 < \Delta t < \frac{T}{2}$

Vì quãng đường đi được trong khoảng thời gian $n\frac{T}{2}$ luôn luôn là $n.2A$ nên quãng đường lớn nhất hay nhỏ nhất là do Δt quyết định.

$$\begin{cases} S_{\max} = n.2A + S_{\max} = n.2A + 2A \sin \frac{\Delta \varphi}{2} \quad (\text{\$ i xung quanh VTCB}) \\ S_{\min} = n.2A + S_{\min} = n.2A + 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta \varphi}{2} \right) \quad (\text{\$ i xung quanh VT bi}^a n) \end{cases}$$

Hai trường hợp đơn giản xuất hiện nhiều trong các đề thi:

$$\begin{cases} \Delta t' = n\frac{T}{2} + \frac{T}{6} \Rightarrow S'_{\max} = n.2A + A \\ \Delta t' = n\frac{T}{2} + \frac{T}{3} \Rightarrow S'_{\min} = n.2A + A \end{cases}$$

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hoà với chu kỳ T và biên độ A . Quãng đường vật đi được tối đa trong khoảng thời gian $\frac{5T}{3}$ là:

A. $5A$.

B. $7A$.

C. $3A$.

D. $6,5A$.

Hướng dẫn:

Nhận diện đây là trường hợp đơn giản nên có thể giải nhanh:

$$\Delta t' = \frac{5T}{3} = 3\frac{T}{2} + \frac{T}{6} \Rightarrow S'_{\max} = 3.2A + A = 7A.$$