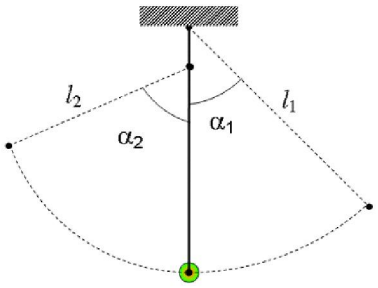
CHỦ ĐỀ 3. CON LẮC ĐƠN

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HỆ CON LẮC VÀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT SAU KHI DÂY ĐỨT

Phương pháp giải

1) Hệ con lắc thay đổi

* Con lắc vướng đinh



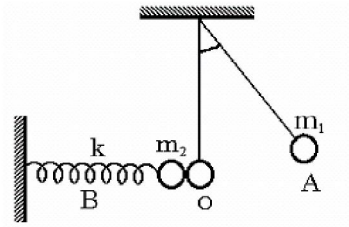
$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}};\quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

$$W_2 = W_1 \Rightarrow \frac{mgA_1^2}{2l_1} = \frac{mgA_2^2}{2l_2} \Rightarrow \frac{mgl_2}{2}a_2^2 = \frac{mgl_1}{2}a_1^2$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

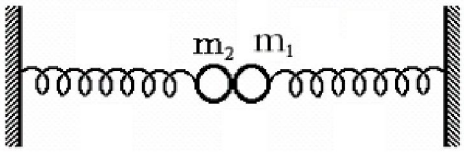
* Con lắc đơn va chạm đàn hồi với con lắc lò xo ($m_1 = m_2$)

$$\frac{mgl}{2}a_{max}^2 = \frac{kA^2}{2}$$



$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \end{cases}$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$



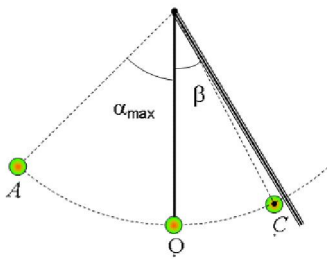
$$\begin{cases} \dfrac{k_2A_2^2}{2} = \dfrac{k_1A_1^2}{2} \\ T = \dfrac{T_1 + T_2}{2} \end{cases}$$

* Con lắc đơn va chạm với mặt phẳng

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + 2t_{OC}$$

$$T = \frac{T_1}{2} + 2\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{b}{a_{max}}$$



Ví dụ 1: Một con lắc đơn có chiều dài 1 m dao động tại nơi có $g = \pi^2 = 10$ m/s^2. Biết rằng khi vật qua vị trí cân bằng, dây treo vướng vào một cái đinh nằm cách điểm treo một khoảng 75 cm. Chu kì dao động nhỏ của hệ đó là

A. $1+0,5\sqrt{3}(s)$ **B.** 3 (s). **C.** $2+\sqrt{3}(s)$ **D.** 1,5 (s).

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Dao động của con lắc gồm hai nửa một nửa là con lắc có chu kì $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$; một nửa là con lắc có chu kì $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$ nên chu kì dao động của hệ:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}\right) = 1,5(s)$$

Ví dụ 2: Chiều dài con lắc đơn 1 m. Phía dưới điểm treo O trên phương thẳng đứng có một chiếc đinh đóng vào điểm O' cách O một khoảng OO' = 50 cm. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc $\alpha = 30^0$ rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát. Biên độ cong trước và sau khi vướng đinh là

A. 5,2 mm và 3,7 mm. **B.** 3,0 cm và 2,1 cm.

C. 5,2 cm và 3,7 cm. **D.** 5,27 cm và 3,76 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án

Biên độ cong ban đầu: $A_1 = l_1 a_{max1} = 100.\frac{3\pi}{180} = 5,2(cm)$

Dao động của con lắc gồm hai nửa một nửa là con lắc có chiều dài l_1 và biên độ dài A_1 một nửa là con lắc có chiều dài l_2 và biên độ dài A_2. Vì cơ năng bảo toàn nên:

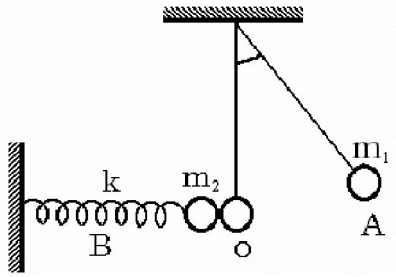
$$W_2 = W_1 \Rightarrow \frac{mg}{2l_1}A_1^2 = \frac{mg}{2l_2}A_2^2 \Rightarrow A_2 = A_1\sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = 3,7(cm)$$

Ví dụ 3: Một con lắc chỉ có thể dao động theo phương nằm ngang trùng với trục của lò xo, lò xo có độ cứng 100 N/m và quả cầu nhỏ dao động có khối lượng $m_1 = 100$ g. Con lắc đơn gồm sợi dây dài $l = 25$ cm và quả cầu dao động m_2 giống hệt m_1. Ban đầu hệ ở vị trí cân bằng phương dây treo thẳng đứng lò xo không biến dạng và hai vật m_1 và m_2 tiếp xúc nhau. Kéo m_1 sao cho sợi dây lệch một góc nhỏ rồi buông nhẹ, biết khi qua vị trí cân bằng m_1 va chạm đàn hồi xuyên tâm với m_2. Bỏ qua mọi ma sát, lấy $g = \pi^2 = 10$m/s^2. Chu kì dao động của cơ hệ là

A. 1,02 s. **B.** 0,60 s. **C.** 1,20 s. **D.** 0,81 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án

Giả sử ban đầu kéo m_1 đến A rồi thả nhẹ, đến O nó đạt tốc độ cực đại sau đó nó va chạm đàn hồi với m_2. Vì va chạm tuyệt đối đàn hồi và hai vật giống hệt nhau nên sau va chạm m_1 đứng yên tại O và truyền toàn bộ vận tốc cho m_2 làm cho m_2 chuyển động chậm dần làm cho lò xo nén dần. Đến B m_2 dừng lại tức thời, sau đó, m_2 chuyển động về phía O, khi đến O nó đạt tốc độ cực đại, gặp m_1 đang đứng yên tại đó và truyền toàn bộ vận tốc cho m_1 làm cho m_1 chuyển động đến A. Cứ như vậy, hệ dao động gồm hai nửa quá trình của hai con lắc. Do đó, chu kì dao động của hệ:



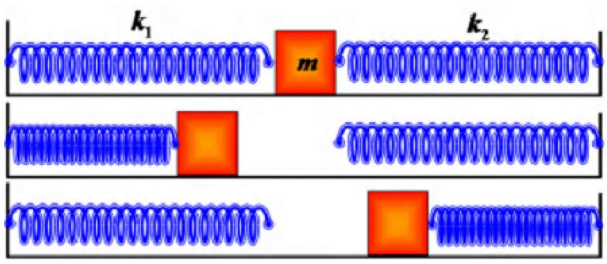
$$T=\frac{1}{2}\left(T_1+T_2\right)=\frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}+2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right)=0,6(s)$$

Ví dụ 4: Một quả cầu nhỏ có khối lượng 1 kg được khoan một lỗ nhỏ đi qua tâm rồi được xâu vừa khít vào một thanh nhỏ cứng thẳng đặt nằm ngang sao cho nó có thể chuyển động không ma sát dọc theo thanh. Lúc đầu quả cầu đặt nằm giữa thanh, lấy hai lò xo nhẹ có độ cứng lần lượt 100 N/m và 250 N/m mỗi lò xo có một đầu chạm nhẹ với một phía của quả cầu và đầu còn lại của các lò xo gắn cố định với mỗi đầu của thanh sao cho hai lò xo không biến dạng và trục lò xo trùng với thanh. Đẩy m_1 sao cho lò xo nén một đoạn nhỏ rồi buông nhẹ, chu kì dao động của cơ hệ là

A. 0,16π s. **B.** 0,6π s. **C.** 0,51 s. **D.** 0,47 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

Khi m chuyển động về bên trái thì m chỉ liên kết với k_1 nên chu kì dao động $T_1=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}$ còn khi m chuyển động về bên phải m chỉ liên kết với k_2 nên chu kì dao động $T_2=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}$. Do đó, chu kì dao động của hệ:



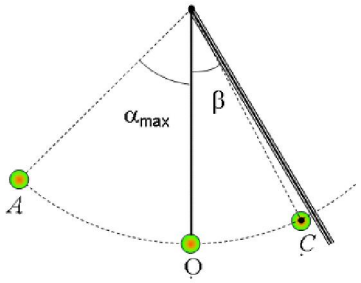
$$T=\frac{1}{2}\left(T_1+T_2\right)=\frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}+2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}\right)=\pi\left(\sqrt{\frac{1}{100}}+\sqrt{\frac{1}{250}}\right)=0,51(s)$$

Ví dụ 5: Một con lắc đơn có chiều dài 1 (m), khối lượng m. Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng một góc 0,1 (rad) và thả cho dao động không vận tốc đầu. Khi chuyển động qua vị trí cân bằng và sang phía bên kia con lắc va chạm đàn hồi với mặt phẳng cố định đi qua điểm treo, góc

nghiêng của mặt phẳng và phương thẳng đứng là $0,05\sqrt{2}\left(rad\right)$ (rad). Lấy gia tốc trọng trường $g=\pi^2=9,85\left(m/s^2\right)$, bỏ qua ma sát. Chu kì dao động của con lắc là

A. 1,5 s. **B.** 1,33 s. **C.** 1,25 s. **D.** 1,83 s.

Hướng dẫn: Chọn đáp án A



Chu kì con lắc đơn: $T_1=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=2\left(s\right)$

Thời gian ngắn nhất đi từ O đến C: $t_{OC}=\frac{1}{\omega}\arcsin\frac{b}{a_{\max}}$

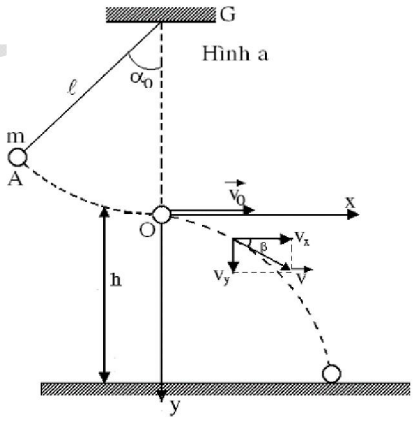
$$=\frac{1}{p}\arcsin\frac{0,05\sqrt{2}}{0,1}=0,25\left(s\right)$$

Chu kì dao động của hệ: $T=t_{AO}+t_{OC}+t_{CO}+t_{OA}=\frac{T_1}{2}+2t_{OC}=1,5\left(s\right)$

2) Chuyển động của vật sau khi dây đứt

1) Đứt khi vật đi qua vị trí cân bằng

Tốc độ quả cầu khi dây đứt $v_0=\sqrt{2gl\left(1-\cos\alpha_{\max}\right)}$



Phương trình chuyển động:

$$\begin{cases}x=v_0t\\y=0,5gt^2\end{cases}$$

Khi chạm đất:

$$\begin{cases}y_C=h\Rightarrow 0,5gt^2=h\Rightarrow t_C=\sqrt{\frac{2h}{g}}\\x_C=v_0t_C\end{cases}$$

Các thành phần vận tốc:

$$\begin{cases}v_x=x'=\left(v_0t\right)'=v_0\\v_y=y'=\left(0,5gt^2\right)=gt\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\tan\beta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{gt}{v_0}\\v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}\end{cases}$$

2) Đứt khi vật đi lên qua vị trí có li độ góc α