

CHƯƠNG 4: DAO ĐỘNG TẮT DẦN. DAO ĐỘNG DUY TRÌ. DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC. CỘNG HƯỞNG.

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN DAO ĐỘNG TẮT DẦN CỦA CON LẮC Lò XO

Phương pháp giải:

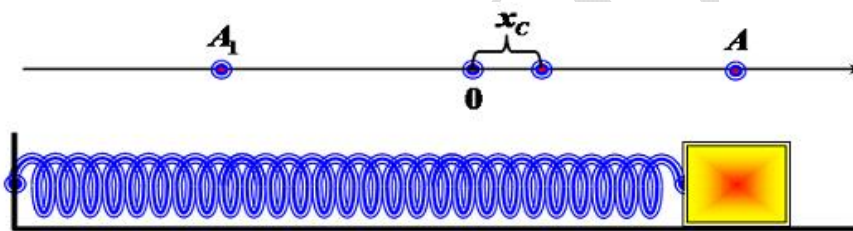
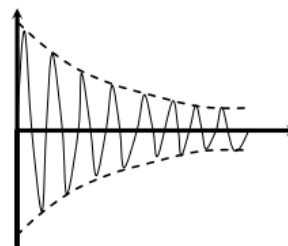
Ta chỉ xét trường hợp ma sát nhỏ (dao động tắt dần chậm). Ta xét bài toán dưới hai góc độ: Khảo sát gần đúng và khảo sát chi tiết.

I. KHẢO SÁT GẦN ĐÚNG

Lúc đầu cơ năng dao động là  $W \left( W = \frac{kA^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} \right)$ , do ma

sát nên cơ năng giảm dần và cuối cùng nó dừng lại ở li độ  $x_c$  rất

gần vị trí cân bằng  $\left( W_c = \frac{kx_c^2}{2} = 0 \right)$



Gọi  $S$  là tổng quãng đường đi được kể từ lúc bắt đầu dao động cho đến khi dừng hẳn, theo định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng thì độ giảm cơ năng  $(W - W_c)$  đúng bằng công của lực ma sát  $(A_{ms} = F_{ms} \cdot S)$

$$W - \underbrace{W_c}_{=0} = F_{ms} S \Rightarrow S = \frac{W}{F_{ms}}$$

$(F_{ms} = \mu mg)$  (nếu dao động phương ngang),  $F_{ms} = \mu mg \cos \alpha$  (nếu dao động phương xiên góc  $\alpha$ ) với  $\mu$  là hệ số ma sát).

**Ví dụ 1:** Một vật khối lượng 100 (g) gắn với một lò xo có độ cứng 100 N/m, vật chỉ dao động được trên trục Ox nằm ngang trùng với trục của lò xo. Ban đầu, kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng 8 (cm) rồi truyền cho vật vận tốc 60 cm/s hướng theo phương Ox. Trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng một lực cản không đổi 0,02 N. Tổng chiều dài quãng đường mà vật đi được từ lúc bắt đầu dao động cho tới lúc dừng lại.

- A. 15,6 m.                      B. 9,16 m.                      C. 16,9 m.                      D. 15 m.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án C**

$$S = \frac{W}{F_{ms}} = \frac{\frac{kx_0^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2}}{F_C} = \frac{100 \cdot 0,08^2 + 0,1 \cdot 0,6^2}{2,0,02} = 16,9(m)$$

**Ví dụ 2:** Một vật nhỏ đang dao động điều hòa dọc theo một trục nằm trên mặt phẳng ngang trên đệm không khí có li độ  $x = 2\sqrt{2} \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm (t đo bằng giây). Lấy gia tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Nếu tại thời điểm  $t = 0$ , đệm không khí ngừng hoạt động, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng là 0,1 thì vật sẽ đi thêm được tổng quãng đường là bao nhiêu?

- A. 15 cm.                      B. 16 cm.                      C. 18 cm.                      D. 40 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án D**

$$S = \frac{W}{F_{\mu s}} = \frac{\frac{m\omega^2 A^2}{2}}{\mu mg} = \frac{\omega^2 A^2}{2\mu \cdot g} = \frac{(10\pi)^2 (0,02\sqrt{2})^2}{2,0,1 \cdot \pi^2} = 0,4(m)$$

**Ví dụ 3:** Một con lắc lò xo có độ cứng 62,5 N/m, vật nặng có khối lượng  $m = 100 \text{ g}$  dao động trên mặt phẳng nằm ngang, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là  $\mu = 0,1$ ; lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Kéo vật khỏi vị trí cân bằng một đoạn A rồi thả nhẹ. Quãng đường mà vật đã đi cho đến khi dừng hẳn là 2,4 m. Giá trị của A là

- A. 8 cm.                      B. 10 cm.                      C. 8,8 cm.                      D. 7,6 cm.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án C**

$$W = F_{ms} S \Leftrightarrow \frac{kA^2}{2} = \mu mg S \Leftrightarrow \frac{62,5 A^2}{2} = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 2,4 \Leftrightarrow A = 0,088(m)$$

**Chú ý:**

+ Phần trăm cơ năng của con lắc bị mất đi trong một dao động toàn phần:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W - W'}{W} = \frac{\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2}}{\frac{kA^2}{2}} = \frac{(A + A')(A - A')}{A^2} = \frac{2A\Delta A}{A^2} = 2 \cdot \frac{\Delta A}{A}$$

(với  $\frac{\Delta A}{A}$  là phần trăm biên độ bị giảm sau một dao động toàn phần).

+ Phần trăm biên độ bị giảm sau n chu kì:  $h_{na} = \frac{A - A_n}{A}$

+ Phần trăm biên độ còn lại sau n chu kì:  $\frac{A_n}{A} = 1 - h_{na}$

+ Phần trăm cơ năng còn lại sau  $n$  chu kì:  $h_{nw} = \frac{W_n}{W} = \left(\frac{A_n}{A}\right)^2$

+ Phần trăm cơ năng bị mất (chuyển thành nhiệt) sau  $n$  chu kì:  $\frac{W - W_n}{W} = 1 - h_{nw}$

+ Phần cơ năng còn lại sau  $n$  chu kì:  $W_n = h_{nw}W$  và phần đã bị mất tương ứng  $\Delta W_n = (1 - h_{nw})W$ .

**Ví dụ 4:** Một con lắc dao động tắt dần trong môi trường với lực ma sát rất nhỏ. Cứ sau mỗi chu kì, phần năng lượng của con lắc bị mất đi 8%. Trong một dao động toàn phần biên độ giảm đi bao nhiêu phần trăm?

- A.  $2\sqrt{2}\%$                       B. 4%                      C. 6%                      D. 1,6%

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W - W'}{W} = \frac{\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2}}{\frac{kA^2}{2}} = \frac{(A + A')(A - A')}{A^2} = \frac{2A\Delta A}{A^2} = \frac{2\Delta A}{A} = 8\%$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = 4\%$$

**Ví dụ 5:** Một con lắc lò xo đang dao động tắt dần, sau ba chu kì đầu tiên biên độ của nó giảm đi 10%. Phần trăm cơ năng còn lại sau khoảng thời gian đó là:

- A. 6,3%.                      B. 81%.                      C. 19%.                      D. 27%.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

$$\begin{cases} \frac{A - A_3}{A} = 10\% \Rightarrow \frac{A_3}{A} = 90\% \\ \frac{W_3}{W} = \left(\frac{A_3}{A}\right)^2 = 0,9^2 = 0,81 = 81\% \end{cases}$$

**Ví dụ 6:** Một con lắc lò xo đang dao động tắt dần, cơ năng ban đầu của nó là 5 J. Sau ba chu kì kể từ lúc bắt đầu dao động thì biên độ của nó giảm đi 18%. Phần cơ năng của con lắc chuyển hoá thành nhiệt năng tính trung bình trong mỗi chu kì dao động của nó là:

- A. 0,365 J.                      B. 0,546 J.                      C. 0,600 J.                      D. 0,445 J.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án B**

$$\begin{cases} \frac{W'}{W} = \left(\frac{A'}{A}\right)^2 = (100\% - 18\%)^2 = 0,82^2 \Rightarrow W' = 3,362(J) \\ \frac{\Delta W}{3} = \frac{5 - 3,362}{3} = 0,546(J) \end{cases}$$

Chú ý:

+ Ta chỉ xét dao động tắt dần chậm nên độ giảm biên độ sau một chu kì rất nhỏ:

$$\Delta A = A - A' \Rightarrow A + A' \approx 2A$$

+ Độ giảm cơ năng sau một chu kì bằng công của lực ma sát thực hiện trong chu kì đó:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = F_{ms} \cdot 4A \Leftrightarrow \frac{k}{2}(A + A') \cdot (A - A') = F_{ms} \cdot 4A \Rightarrow \Delta A = \frac{4F_{ms}}{k}$$

+ Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $\Delta A = \frac{4F_{ms}}{l}$

+ Độ giảm biên độ sau nửa chu kì:  $\frac{\Delta A}{2} = \frac{2F_{ms}}{k}$

+ Biên độ dao động còn lại sau n chu kì:  $A_n = A - n\Delta A$

+ Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{\Delta A}$

+ Thời gian dao động:  $\Delta t = N.T$

**Ví dụ 7:** Con lắc lò xo dao động theo phương ngang, lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m, vật nhỏ dao động có khối lượng 100 g, hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,01. Tính độ giảm biên độ mỗi lần vật qua vị trí cân bằng.

- A.** 0,04 mm.      **B.** 0,02 mm.      **C.** 0,4 mm.      **D.** 0,2 mm.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án D

Độ giảm cơ năng sau một chu kì bằng công của lực ma sát thực hiện trong chu kì đó:

$$\frac{kA^2}{2} - \frac{kA'^2}{2} = F_{ms} \cdot 4A \Leftrightarrow \frac{k}{2}(A + A') \cdot (A - A') = F_{ms} \cdot 4A \Rightarrow \Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4\mu mg}{k}$$

Độ giảm biên độ sau mỗi lần qua VTCB là:

$$\frac{\Delta A}{2} = \frac{2\mu mg}{k} = \frac{2 \cdot 0,01 \cdot 0,1 \cdot 10}{100} = 0,2 \cdot 10^{-3} (m)$$

**Ví dụ 8:** Một vật khối lượng 100 (g) nối với một lò xo có độ cứng 80 (N/m). Đầu còn lại của lò xo gắn cố định, sao cho vật có thể dao động trên mặt phẳng nằm ngang. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng đoạn 3 cm và truyền cho nó vận tốc  $80\sqrt{2}$  cm/s. Lấy gia tốc trọng trường  $10 \text{ m/s}^2$ . Khi hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là 0,05. Biên độ dao động của vật sau 5 chu kì dao động là

- A.** 2 cm.      **B.** 2,75 cm.      **C.** 4,5 cm.      **D.** 3,75 cm.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án D

Biên độ dao động lúc đầu:  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{mv_0^2}{k}} = 0,05 (m)$

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:

$$\Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4 \cdot 0,05 \cdot 0,1 \cdot 10}{80} = 0,0025(m) = 0,25(cm)$$

Biên độ dao động của vật sau 5 chu kì dao động là :

$$A_5 = A - 5 \cdot \Delta A = 5 - 5 \cdot 0,25 = 3,75(cm)$$

**Ví dụ 9:** Một con lắc lò xo, vật nặng có khối lượng 100 (g), lò xo có độ cứng 100 N/m, dao động trên mặt phẳng ngang với biên độ ban đầu 10 (cm). Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,1. Số dao động thực hiện được kể từ lúc dao động cho đến lúc dừng lại là

- A. 25                      B. 50                      C. 30                      D. 20

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án A

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $\Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4\mu mg}{k}$

Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg} = \frac{100 \cdot 0,1}{4 \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 10} = 25$

**Ví dụ 10:** Một con lắc lò xo gồm vật có khối lượng 200 g, lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng 80 N/m; đặt trên mặt sàn nằm ngang. Người ta kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng đoạn 3 cm và truyền cho nó vận tốc 80 cm/s. Cho g = 10 m/s<sup>2</sup>. Do có lực ma sát nên vật dao động tắt dần, sau khi thực hiện được 10 dao động vật dừng lại. Hệ số ma sát giữa vật và sàn là

- A. 0,04.                      B. 0,15.                      C. 0,10.                      D. 0,05.

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án D

Biên độ dao động lúc đầu:  $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{x_0^2 + \frac{mv_0^2}{k}} = 0,05(m)$

Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg} \Rightarrow m = \frac{kA}{4N\mu g} = \frac{80 \cdot 0,05}{4 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 10} = 0,05$

**Ví dụ 11:** Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm lò xo nhẹ có độ cứng k = 100 N/m, một đầu cố định, một đầu gắn vật nặng khối lượng m = 0,5 kg. Ban đầu kéo vật theo phương thẳng đứng khỏi vị trí cân bằng 5 cm rồi buông nhẹ cho vật dao động. Trong quá trình dao động vật luôn chịu tác dụng của lực cản có độ lớn bằng 1/100 trọng lực tác dụng lên vật. Coi biên độ của vật giảm đều trong từng chu kì, lấy g = 10 m/s<sup>2</sup>. Số lần vật qua vị trí cân bằng kể từ khi thả vật đến khi nó dừng hẳn là bao nhiêu?

- A. 25                      B. 50                      C. 30                      D. 20

**Hướng dẫn:** Chọn đáp án B

Độ giảm biên độ sau một chu kì:  $\Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4.0,01.mg}{k}$

Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4F_{ms}} = \frac{100.0,05}{4.0,01.0,5.10} = 25$

Tổng số lần đi qua vị trí cân bằng:  $25.2 = 50$

**Ví dụ 12:** Một con lắc lò xo, vật nặng có khối lượng 100 (g), lò xo có độ cứng 100 N/m, dao động trên mặt phẳng ngang với biên độ ban đầu 10 (cm). Lấy gia tốc trọng trường 10 m/s<sup>2</sup>. Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang là 0,1. Tìm thời gian từ lúc dao động cho đến lúc dừng lại.

- A.** 5 s.                      **B.** 3 s.                      **C.** 6 s.                      **D.** 4 s.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án A**

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $\Delta A = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4.\mu.mg}{k}$

Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4\mu mg}$

Thời gian dao động:

$$\Delta t = NT = \frac{kA}{4\mu mg} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi A}{2\mu g} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{\pi.0,1}{2.0,1.10} \sqrt{\frac{100}{0,1}} = 5(s)$$

**Ví dụ 13:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có hệ số đàn hồi 60 (N/m) và quả cầu có khối lượng 60 (g), dao động trong một chất lỏng với biên độ ban đầu 12 (cm). Trong quá trình dao động con lắc luôn chịu tác dụng của một lực cản có độ lớn không đổi. Khoảng thời gian từ lúc dao động cho đến khi dừng hẳn là 20 s. Độ lớn lực cản là

- A.** 0,002 N.                      **B.** 0,003 N.                      **C.** 0,018 N.                      **D.** 0,005 N.

**Hướng dẫn: Chọn đáp án**

Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì:  $\Delta A = \frac{4F_{ms}}{k}$

Tổng số dao động thực hiện được:  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{kA}{4F_{ms}}$

Thời gian dao động:  $\Delta t = NT = \frac{kA}{4F_{ms}} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

$$F_{ms} = \frac{kA}{4\Delta t} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{60.0,12}{4.20} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{0,06}{60}} = 0,018(N)$$