

Chủ đề 2: CON LẮC Lò XO

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CƠ NĂNG, THỂ NĂNG VÀ ĐỘNG NĂNG

Ta xét các bài toán sau:

+ Vận dụng công thức tính cơ năng, thế năng, động năng

+ Khoảng thời gian liên quan đến cơ năng, thế năng, động năng

1) Vận dụng công thức tính cơ năng, thế năng, động năng

Phương pháp giải

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = \omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\left. \begin{aligned} W_t &= \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{4} [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)] \\ W_d &= \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{kA^2}{4} [1 - \cos(2\omega t + 2\varphi)] \end{aligned} \right\} \begin{cases} \omega' = 2\omega \\ f' = 2f \\ T' = \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$W = W_t + W_d = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} k &= m\omega^2 \\ a &= -\omega^2 x \Rightarrow x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{ma}{k} \Rightarrow W = \frac{(ma)^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} \end{aligned} \right.$$

Ví dụ 1: (CD-2011) Một con lắc lò xo gồm quả cầu nhỏ khối lượng 500 g và lò xo có độ cứng 50 N/m. Cho con lắc dao động điều hòa trên phương nằm ngang. Tại thời điểm vận tốc của quả cầu là 0,1 m/s thì gia tốc của nó là $-\sqrt{3} \text{ m/s}^2$. Cơ năng của con lắc là

A. 0,02 J.

B. 0,05 J.

C. 0,04 J.

D. 0,01 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$W = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} \xrightarrow{x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{ma}{k}}$$

$$W = \frac{(ma)^2}{2k} + \frac{mv^2}{2} = \frac{(-0,5 \cdot \sqrt{3})^2}{2,50} + \frac{0,5 \cdot 0,1^2}{2} = 0,01(J) .$$

Ví dụ 2: Một vật nhỏ khối lượng 1 kg thực hiện dao động điều hòa theo phương trình $x = A \cos 4t$ cm, với t tính bằng giây. Biết quãng đường vật đi được tối đa trong một phần tư chu kì là $0,1\sqrt{2}$ m. Cơ năng của vật bằng

- A. 0,16 J. B. 0,72 J. C. 0,045 J. D. 0,08 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Từ bài toán phụ “quãng đường đi vật được tối đa trong một phần tư chu kì là $0,1\sqrt{2}$ m” để tìm A:

$$\Delta \varphi = \omega \Delta t = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow S_{max} = 2A \sin \frac{\Delta \varphi}{2} \Rightarrow A = 0,1(m)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{0,1\sqrt{2}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{A\sqrt{2}}$

$$\text{Cơ năng: } W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{1,4^2 \cdot 0,1^2}{2} = 0,08(J).$$

Ví dụ 3: Một con lắc lò xo gồm vật nặng 0,2 kg gắn vào đầu lò xo có độ cứng 20 N/m. Kéo quả nặng ra khỏi vị trí cân bằng rồi thả nhẹ cho nó dao động, tốc độ trung bình trong 1 chu kì là $\frac{160}{\pi}$ cm/s. Cơ năng dao động của con lắc là

- A. 320 J. B. $6,4 \cdot 10^{-2}$ J. C. $3,2 \cdot 10^{-2}$ J. D. 3,2 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5} \text{ s} \\ |\bar{v}| = \frac{4A}{T} \Rightarrow \frac{160}{\pi} = \frac{4A}{\frac{\pi}{5}} \Rightarrow A = 8(cm) \end{array} \right. \Rightarrow W = \frac{kA^2}{2} = \frac{20 \cdot 0,08^2}{2} = 0,064(J).$$

Ví dụ 4: CĐ-2010) Một con lắc lò xo gồm viên bi nhỏ và lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m, dao động điều hòa với biên độ 0,1 m. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi viên bi cách vị trí cân bằng 6 cm thì động năng của con lắc bằng

- A. 0,64 J. B. 3,2 mJ. C. 6,4 mJ. D. 0,32 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$W_d = W - W_t = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{100}{2} (0,1^2 - 0,06^2) = 0,32(J).$$

Ví dụ 5: Một con lắc lò xo mà lò xo nhẹ có độ cứng 100 N/m và vật nhỏ dao động điều hòa. Khi vật có động năng 0,01 J thì nó cách vị trí cân bằng 1 cm. Hỏi khi nó có động năng 0,005 J thì nó cách vị trí cân bằng bao nhiêu?

- A. 6 cm. B. 4,5 cm. C. $\sqrt{2}$ cm. D. 3 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$W=W_1+\frac{kx^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} W=0,01+\frac{100.0,01^2}{2} \\ W=0,005+\frac{100.x_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow x_2=0,01\sqrt{2}(m) .$$

Ví dụ 6: Con lắc lò xo gồm vật khối lượng 1 kg, lò xo độ cứng 100 N/m đặt trên mặt phẳng nghiêng góc 30° . Kéo vật đến vị trí lò xo dãn 8 cm rồi buông tay nhẹ để vật dao động điều hòa. Tính động năng cực đại của vật. Lấy $g=10m/s^2$

- A. 0,45 J. B. 0,32 J. C. 0,05 J. D. 0,045 J.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$k\Delta l_0 = mg \sin \alpha \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k} = 0,05(m) \Rightarrow A = \Delta l_{max} - \Delta l_0 = 0,03(m)$$

$$W_{dmax} = W = \frac{kA^2}{2} = 0,045(J).$$

Ví dụ 7: Một vật có khối lượng $m=100$ g dao động điều hòa với chu kì $T = \frac{\pi}{10}$ (s), biên độ 5

cm. Tại vị trí vật có gia tốc $a = 1200 \text{ cm/s}^2$ thì động năng của vật bằng

- A. 320 J. B. 160 J. C. 32mJ. D. 16mJ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án C

$$\begin{cases} \omega = \frac{2\pi}{T} = 20(\text{rad/s}) \Rightarrow k = m\omega^2 = 40(N/m) \\ W_d = W - \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} - \frac{k\bar{a}^2}{2\omega^4} = \frac{40}{2} \left(0,05^2 - \frac{12^2}{20^4} \right) = 0,032(J) \end{cases}$$

Ví dụ 8: (CD-2010) Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Ở thời điểm độ lớn vận tốc của vật bằng 50% vận tốc cực đại thì tỉ số giữa động năng và cơ năng của vật là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$\frac{W_d}{W} = \frac{\frac{mv^2}{2}}{\frac{mv_{max}^2}{2}} = 0,5^2 = \frac{1}{4} .$$

Ví dụ 9: (CĐ-2010) Một vật dao động điều hòa với biên độ 6cm. Mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi vật có động năng bằng $\frac{3}{4}$ lần cơ năng thì vật cách vị trí cân bằng một đoạn

- A. 6 cm. B. 4,5 cm. C. 4 cm. D. 3 cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

$$W_d = \frac{3}{4} W \Rightarrow W_t = \frac{1}{4} W \Rightarrow \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{kA^2}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2} = \pm 3(cm) .$$

Ví dụ 10: (ĐH-2009) Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ dao động điều hòa theo phương ngang với tần số góc 10 rad/s . Biết rằng khi động năng và thế năng (mốc ở vị trí cân bằng của vật) bằng nhau thì vận tốc của vật có độ lớn bằng $0,6 \text{ m/s}$. Biên độ dao động của con lắc là

- A. 6 cm. B. $6\sqrt{2}$ cm. C. 12 cm. D. $12\sqrt{2}$ cm.

Hướng dẫn: Chọn đáp án B

$$W_d = W_t = \frac{W}{2} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2.2} \Rightarrow A = 0,06\sqrt{2}(m)$$

Ví dụ 11: Con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương thẳng đứng, mốc thế năng ở vị trí cân bằng, khi thế năng bằng $\frac{1}{8}$ động năng thì

- A. . lực đàn hồi tác dụng lên vật có độ lớn bằng $\frac{1}{3}$ lực đàn hồi cực đại.
B. tốc độ của vật bằng $\frac{1}{3}$ tốc độ cực đại.
C. lực đàn hồi tác dụng lên vật có độ lớn bằng $\frac{1}{9}$ lực đàn hồi cực đại
D. vật cách vị trí tốc độ bằng 0 một khoảng gần nhất là $\frac{2}{3}$ biên độ.

Hướng dẫn: Chọn đáp án D

Toàn bộ có 9 phần: thế năng “chiếm 1 phần” và động năng “chiếm 8 phần”