

CHUYÊN ĐỀ 5

DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 1: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[8; +\infty)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $[6; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 1 \end{cases}$.

Câu 2: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$

C.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$

D.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $-x^2 - x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$

Hệ số $a = -1 < 0$

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có đáp án C là đáp án cần tìm.

Câu 3: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		$+$	0

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		$-$	0

$f(x)$	-	0	+
--------	---	---	---

C.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

D.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tam thức có 1 nghiệm $x = 3$ và hệ số $a = -1 < 0$

Vậy đáp án cần tìm là C

Câu 4: Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = x^2 + 12x + 36$?

A.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

B.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

C.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

D.

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tam thức có một nghiệm $x = -6, a = 1 > 0$ đáp án cần tìm là C

Câu 5: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có hai nghiệm?

A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$.

B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$.

D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 - bx + 3$ có nghiệm khi $b^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2\sqrt{3} \\ b > 2\sqrt{3} \end{cases}$.

Câu 6: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

- A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.
 C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -\frac{5}{3} \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện $2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$.

Câu 8: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần là

- A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. B. $m < 0$ hoặc $m > 28$. C. $0 < m < 28$. D. $m > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m+1$ đổi dấu 2 lần khi và chỉ khi

$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 7x - 15}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.
 C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } 2x^2 - 7x - 15 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$.

Câu 10: Dấu của tam thức bậc 2: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ được xác định như sau

- A.** $f(x) < 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.
B. $f(x) < 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) > 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.
C. $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.
D. $f(x) > 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) < 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	

Vậy $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

Câu 11: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$ là

- A.** $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(1; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \\ x < 2 \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 4 \end{cases}$$

Câu 12: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases}$ có nghiệm là

- A.** $-1 \leq x < 1$ hoặc $\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$. **B.** $-2 \leq x < 1$.
C. $-4 \leq x < -3$ hoặc $-1 \leq x < 3$. **D.** $-1 \leq x \leq 1$ hoặc $\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ x < 1 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 13: Xác định m để với mọi x ta có $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$.

- A. $-\frac{5}{3} \leq m < 1$. B. $1 < m \leq \frac{5}{3}$. C. $m \leq -\frac{5}{3}$. D. $m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$ có tập nghiệm là \mathbb{R} khi hệ sau có tập nghiệm là \mathbb{R} (do $2x^2 - 3x + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$)

$$\begin{cases} -1(2x^2 - 3x + 2) \leq x^2 + 5x + m \\ x^2 + 5x + m < 7(2x^2 - 3x + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x^2 - 26x + 14 - m > 0 \quad (1) \\ 3x^2 + 2x + m + 2 \geq 0 \quad (2) \end{cases} \text{ có tập nghiệm là } \mathbb{R}$$

Ta có (1) có tập nghiệm là \mathbb{R} khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -13 + 13m < 0 \Leftrightarrow m < 1$ (3)

(2) có tập nghiệm là \mathbb{R} khi $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow -5 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{3}$ (4)

Từ (2) và (4), ta có $-\frac{5}{3} \leq m < 1$.

Câu 14: Khi xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 1}$ ta có

- A. $f(x) > 0$ khi $-7 < x < -1$ hoặc $1 < x < 3$.
 B. $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.
 C. $f(x) > 0$ khi $-1 < x < 0$ hoặc $x > 1$.
 D. $f(x) > 0$ khi $x > -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $x^2 + 4x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = -7; x = 3$ và $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Lập bảng xét dấu ta có $f(x) > 0$ khi $x < -7$ hoặc $-1 < x < 1$ hoặc $x > 3$.

Câu 15: Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m < -1$. B. $m > -1$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m > \frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với $m = -1$ không thỏa mãn.

$$\text{Với } m \neq -1, (m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ -3m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 16: Tìm m để $f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m - 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m > \frac{3}{2}$. B. $m > \frac{3}{4}$. C. $\frac{3}{4} < m < \frac{3}{2}$. D. $1 < m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$f(x) = x^2 - 2(2m-3)x + 4m - 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 12 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Câu 17: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $a = 0$. B. $a < 0$. C. $0 < a \leq \frac{1}{2}$. D. $a \geq \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Để bất phương trình } ax^2 - x + a \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4a^2 \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{1}{2} \\ a \leq -\frac{1}{2} \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq \frac{1}{2}.$$

Câu 18: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

- A. $m < 1$. B. $m > 1$. C. $m < \frac{1}{4}$. D. $m > \frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình

$$x^2 - x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$

Câu 19: Cho $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x .

- A. $-14 < m < 2$. B. $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$. D. $m < -14$ hoặc $m > 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có

$$f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+2)^2 + 8(m-4) < 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m - 28 < 0 \Leftrightarrow -14 < m < 2.$$

Câu 20: Bất phương trình $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} \leq \frac{2}{x+2}$ có nghiệm là