§2 TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Định nghĩa:

a) Góc giữa hai vectơ.

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Từ điểm O bất kỳ dựng các vectơ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Số đo góc AOB được gọi là số đo góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

+ Quy ước : Nếu $\vec{a} = \vec{0}$ hoặc $\vec{b} = \vec{0}$ thì ta xem góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là tùy ý (từ 0^0 đến 180^0).

+ Kí hiệu: $\vec{a};\vec{b}$

b) Tích vô hướng của hai vectơ.

Tích vô hướng của hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số thực được xác định bởi:
$\vec{a}.\vec{b} = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|.\cos(\vec{a},\vec{b})$.

2. Tính chất: Với ba véc tơ bất kì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ và mọi số thực k ta luôn có:

1) $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a}$

2) $\vec{a}(\vec{b} \pm \vec{c}) = \vec{a}.\vec{b} \pm \vec{a}.\vec{c}$

3) $(k\vec{a})\vec{b} = k(\vec{a}.\vec{b}) = \vec{a}(k\vec{b})$

4) $\vec{a}^2 \geq 0,\ \vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$

Chú ý: Ta có kết quả sau:

+ Nếu hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$ thì $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0$

+ $\vec{a}.\vec{a} = \vec{a}^2 = \left|\vec{a}\right|^2$ gọi là bình phương vô hướng của véc tơ $\vec{a}$.

+ $(\vec{a} \pm \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \pm 2\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}^2$, $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$

3. Công thức hình chiếu và phương tích của một điểm với đường tròn.

a) Công thức hình chiếu.

Cho hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$. Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng CD khi đó ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{A'B'}.\overrightarrow{CD}$

b) phương tích của một điểm với đường tròn.

Cho đường tròn $O;R$ và điểm M. Một đường thẳng qua N cắt đường tròn tại hai điểm A và B. Biểu thức $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ được gọi là *phương tích của điểm M đối với đường tròn* $O;R$. Kí hiệu là $P_{M/O}$.

Chú ý: Ta có $P_{M/O} = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MO^2 - R^2 = MT^2$ với T là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ điểm M

3.Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Cho hai vectơ $\vec{a} = (x_1; y_1)$ và $\vec{b} = (x_2; y_2)$. Khi đó

1) $\vec{a}.\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2$

2) $\vec{a} = (x;y) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

3) $\cos(\vec{a},\vec{b}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

Hệ quả:

+ $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 = 0$

+ Nếu $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$ thì $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$