

§1. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Vector pháp tuyến và phương trình tổng quát của đường thẳng :

a. Định nghĩa : Cho đường thẳng Δ . Vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là *vector pháp tuyến* (VTPT) của Δ nếu giá của \vec{n} vuông góc với Δ .

Nhận xét :

- Nếu \vec{n} là VTPT của Δ thì $k\vec{n}$ $k \neq 0$ cũng là VTPT của Δ .

b. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a; b)$.

Khi đó $M(x; y) \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$
 $\Leftrightarrow ax + by + c = 0 \quad (c = -ax_0 - by_0) \quad (1)$

(1) gọi là *phương trình tổng quát* của đường thẳng Δ .

Chú ý :

- Nếu đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ thì $\vec{n} = (a; b)$ là VTPT của Δ .

c) Các dạng đặc biệt của phương trình tổng quát

- Δ song song hoặc trùng với trục $Ox \Leftrightarrow \Delta : by + c = 0$
- Δ song song hoặc trùng với trục $Oy \Leftrightarrow \Delta : ax + c = 0$
- Δ đi qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow \Delta : ax + by = 0$
- Δ đi qua hai điểm $A(a; 0)$, $B(0; b) \Leftrightarrow \Delta : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ với $ab \neq 0$
- Phương trình đường thẳng có hệ số góc k là $y = kx + m$ với $k = \tan \alpha$, α là góc hợp bởi tia Mt của Δ ở phía trên trục Ox và tia Mx

2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Cho hai đường thẳng $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$; $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

- d_1 cắt d_2 khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- $d_1 // d_2$ khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$ và $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \neq 0$, hoặc $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$ và $\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- $d_1 \equiv d_2$ khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} = 0$

Chú ý : Với trường hợp $a_2 \cdot b_2 \cdot c_2 \neq 0$ khi đó

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng song song nhau.