

PHÂN SỐ, HỖN SỐ

A. Phân số

Phân số là số dùng để biểu diễn một số phần của số khác.

Dạng tổng quát của phân số là $\frac{A}{B}$ (với A, B đều là các số nguyên và B khác 0), trong

đó A là tử số, B là mẫu số. Đọc là A phần B .

Ví dụ: $\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{9}{4}, \frac{99}{100}, \dots$

Các chú ý:

* Thứ nhất: Có thể dùng phân số để ghi kết quả của phép chia một số tự nhiên cho một số tự nhiên khác 0. Phân số đó cũng được gọi là thương của phép chia đã cho.

Ví dụ: $1:5 = \frac{1}{5}$; $19:2 = \frac{19}{2}$

* Thứ hai: Mọi số tự nhiên đều có thể viết thành phân số có mẫu số là 1.

Ví dụ: $6 = \frac{6}{1}$; $2012 = \frac{2012}{1}$; ...

* Thứ ba: Số 1 có thể viết thành phân số có tử số và mẫu số bằng nhau và khác 0.

Ví dụ: $1 = \frac{5}{5}$; $1 = \frac{100}{100}$; $1 = \frac{2013}{2013}$; ...

* Thứ tư: số 0 có thể viết thành phân số có tử số là số 0 và mẫu số khác 0.

Ví dụ: $0 = \frac{0}{6}$; $0 = \frac{0}{100}$; $0 = \frac{0}{1234}$; ...

* Thứ năm: Các phân số có mẫu số là 10; 100; 1000; ... gọi là các phân số thập

phân.

Ví dụ: $\frac{3}{10}, \frac{15}{100}, \frac{123}{1000}, \dots$

* Thứ sáu: Phân số $\frac{B}{A}$ là phân số đảo ngược của phân số $\frac{A}{B}$.

Ví dụ: Phân số $\frac{7}{5}$ là phân số đảo ngược của phân số $\frac{5}{7}$.

* Thứ bảy: Phân số tối giản là phân số mà tử số và mẫu số không thể chia hết cho cùng một số khác 1. Như vậy, phân số tối giản là phân số không thể rút gọn được nữa.

Ví dụ: $\frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{4}{15}, \frac{99}{100}$

* Thứ tám: Nếu phân số $\frac{a}{b}$ có:

- $a > b$ thì $\frac{a}{b} > 1$.

- $a = b$ thì $\frac{a}{b} = 1$.

- $a < b$ thì $\frac{a}{b} < 1$.

1. Tính chất cơ bản của phân số

a) Nếu nhân cả tử số và mẫu số của một phân số với cùng một số tự nhiên khác 0 thì được một phân số bằng phân số đã cho.

Ví dụ: $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}; \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}; \dots$

b) Nếu chia hết cả tử số và mẫu số của một phân số cho cùng một số tự nhiên khác

0 thì được một phân số bằng phân số đã cho.

$$\text{Ví dụ: } \frac{12}{24} = \frac{12:12}{24:12} = \frac{1}{2}; \quad \frac{15}{21} = \frac{15:3}{21:3} = \frac{5}{7}; \dots$$

2. Phép cộng và phép trừ hai phân số

a) Muốn cộng (hoặc trừ) hai phân số cùng mẫu số ta cộng (hoặc trừ) hai tử số với nhau và giữ nguyên mẫu số.

$$\text{Ví dụ 1: } \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2+4}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{Ví dụ 2: } \frac{19}{15} - \frac{8}{15} = \frac{19-8}{15} = \frac{11}{15}$$

$$\text{Ví dụ 3: Tính nhanh: } \frac{3}{4} + \frac{7}{12} + \frac{21}{37} + \frac{25}{100} + \frac{16}{37} + \frac{5}{12}$$

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{25}{100}\right) + \left(\frac{7}{12} + \frac{5}{12}\right) + \left(\frac{21}{37} + \frac{16}{37}\right) = 1 + 1 + 1 = 3$$

b) Muốn cộng (hoặc trừ) hai phân số khác mẫu ta quy đồng mẫu số, rồi cộng (hoặc trừ) hai phân số đã quy đồng mẫu số.

$$\text{Ví dụ: } \frac{3}{5} + \frac{5}{7} = \frac{21}{35} + \frac{25}{35} = \frac{46}{35}; \quad \frac{8}{9} - \frac{5}{7} = \frac{56}{63} - \frac{45}{63} = \frac{11}{63}$$

3. Phép nhân và phép chia hai phân số

a) Muốn nhân hai phân số ta lấy tử số nhân với tử số, mẫu số nhân với mẫu số.

$$\text{Ví dụ: } \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{3 \times 5}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$$

b) Muốn chia một phân số cho một phân số ta lấy phân số thứ nhất nhân với phân số thứ hai đảo ngược.

$$\text{Ví dụ: } \frac{7}{8} : \frac{5}{3} = \frac{7}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{21}{40}$$

4. So sánh hai phân số

(Xét các số a, b, c, d, \dots là các số tự nhiên khác 0)

a) Phương pháp 1: Quy đồng mẫu số

Hai phân số có cùng mẫu số thì phân số nào có tử số lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

Nếu $a > c$ thì $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$

Ví dụ 28: So sánh phân số $\frac{5}{6}$ và $\frac{6}{7}$.

Bài giải:

Ta có: $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 7}{6 \times 7} = \frac{35}{42}$; $\frac{6}{7} = \frac{6 \times 6}{7 \times 6} = \frac{36}{42}$

Vì $35 < 36$ nên $\frac{35}{42} < \frac{36}{42}$ hay $\frac{5}{6} < \frac{6}{7}$

b) Phương pháp 2: Quy đồng tử số

Hai phân số có cùng tử số thì phân số nào có mẫu số bé hơn thì sẽ lớn hơn.

Nếu $m < n$ thì $\frac{a}{m} > \frac{a}{n}$

Ví dụ 29: So sánh các phân số $\frac{5}{6}$ và $\frac{6}{7}$.

Bài giải:

Ta có: $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 6}{6 \times 6} = \frac{30}{36}$; $\frac{6}{7} = \frac{6 \times 5}{7 \times 5} = \frac{30}{35}$

Vì $36 > 35$ nên $\frac{30}{36} < \frac{30}{35}$ hay $\frac{5}{6} < \frac{6}{7}$

c) Phương pháp 3: So sánh với một phân số thứ ba (phương pháp bắc cầu):

$$\text{Nếu } \frac{a}{b} > \frac{m}{n} ; \frac{m}{n} > \frac{c}{d} \text{ thì } \frac{a}{b} > \frac{c}{d}$$

Ví dụ 30: So sánh các phân số: $\frac{5}{6}$ và $\frac{6}{5}$.

Bài giải:

$$\text{Ta có } 5 < 6 \text{ nên } \frac{5}{6} < 1 \text{ và } \frac{6}{5} > 1 \text{ do vậy } \frac{5}{6} < \frac{6}{5}$$

Ví dụ 31: So sánh các phân số: $\frac{24}{37}$ và $\frac{25}{36}$.

Bài giải:

$$\text{Ta có: } \frac{24}{37} < \frac{24}{36} \text{ và } \frac{24}{36} < \frac{25}{36} \text{ nên } \frac{24}{37} < \frac{25}{36}$$

d) Phương pháp 4: So sánh phần trội hoặc phần bù

Nếu hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ thỏa mãn $n < \frac{a}{b} ; \frac{c}{d} < m$ (hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ nằm trong khoảng từ n đến m) với $n; m$ là 2 số tự nhiên liên tiếp, ta có thể so sánh phần trội (phần lớn hơn số tự nhiên n) hoặc phần bù (phần nhỏ hơn số tự nhiên m) điều kiện kết luận.

* So sánh phần trội: Nếu $\frac{a}{b} = n + \frac{p}{q}$ và $\frac{c}{d} = n + \frac{k}{h}$ mà:

$$\frac{p}{q} < \frac{k}{h} \text{ thì } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ (phần trội nhỏ hơn thì phân số nhỏ hơn)}$$

$$\frac{p}{q} > \frac{k}{h} \text{ thì } \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \text{ (phần trội lớn hơn thì phân số lớn hơn)}$$

Ví dụ 32: So sánh các phân số: $\frac{13}{12}$ và $\frac{16}{15}$

Bài giải:

$$\text{Ta có: } \frac{13}{12} = \frac{12+1}{12} = \frac{12}{12} + \frac{1}{12} = 1 + \frac{1}{12}; \quad \frac{16}{15} = \frac{15+1}{15} = \frac{15}{15} + \frac{1}{15} = 1 + \frac{1}{15}$$

$$\text{Vì } \frac{1}{12} > \frac{1}{15} \text{ nên } 1 + \frac{1}{12} > 1 + \frac{1}{15}, \text{ do đó } \frac{13}{12} > \frac{16}{15}$$

Chú ý: Nếu cả hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ cùng lớn hơn n thì ta có thể lập hiệu giữa các phân số đó với n rồi so sánh. Ví dụ trên có thể giải bằng cách khác sau đây.

$$\text{Vì } \frac{13}{12} > 1; \quad \frac{16}{15} > 1. \text{ Ta có:}$$

$$\frac{13}{12} - 1 = \frac{13}{12} - \frac{12}{12} = \frac{1}{12}; \quad \frac{16}{15} - 1 = \frac{16}{15} - \frac{15}{15} = \frac{1}{15}$$

$$\text{Do } \frac{1}{12} > \frac{1}{15} \text{ nên } \frac{13}{12} - 1 = \frac{1}{12} > \frac{1}{15} = \frac{16}{15} - 1 \text{ hay } \frac{13}{12} > \frac{16}{15}$$

* So sánh phần bù: Nếu $\frac{a}{b} = m - \frac{x}{y}$ và $\frac{c}{d} = m - \frac{t}{z}$ mà:

$$\frac{x}{y} < \frac{t}{z} \text{ thì } \frac{a}{b} > \frac{c}{d} \text{ (Phần bù nhỏ hơn thì phân số lớn hơn)}$$

$$\frac{x}{y} > \frac{t}{z} \text{ thì } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ (Phần bù lớn hơn thì phân số nhỏ hơn)}$$

Ví dụ 33: So sánh các phân số: $\frac{98}{99}$ và $\frac{99}{100}$

Bài giải:

Ta có:

$$\frac{98}{99} = \frac{99-1}{99} = \frac{99}{99} - \frac{1}{99} = 1 - \frac{1}{99}; \quad \frac{99}{100} = \frac{100-1}{100} = \frac{100}{100} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100}$$

$$\text{Vì } \frac{1}{99} > \frac{1}{100} \text{ nên } 1 - \frac{1}{99} < 1 - \frac{1}{100}, \text{ do đó } \frac{98}{99} < \frac{99}{100}$$

Chú ý: Nếu cả hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ cùng lớn hơn m thì ta có thể lập hiệu giữa m với các phân số đó so sánh. Do đó, ví dụ trên có thể giải bằng cách khác sau đây.

$$\text{Vì } \frac{98}{99} < 1; \frac{99}{100} < 1, \text{ ta có:}$$

$$1 - \frac{98}{99} = \frac{99}{99} - \frac{98}{99} = \frac{1}{99}; \quad 1 - \frac{99}{100} = \frac{100}{100} - \frac{99}{100} = \frac{1}{100}$$

$$\text{Do } \frac{1}{99} > \frac{1}{100} \text{ nên } 1 - \frac{98}{99} > 1 - \frac{99}{100}. \text{ Suy ra } \frac{98}{99} < \frac{99}{100}$$