

§5. MỘT SỐ VÍ DỤ VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI HAI ẨN

➤ DẠNG TOÁN 1: HỆ GỒM MỘT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ MỘT BẬC HAI.

1. Phương pháp giải.

Sử dụng phương pháp thế

- Từ phương trình bậc nhất rút một ẩn theo ẩn kia.
- Thế vào phương trình bậc hai để đưa về phương trình bậc hai một ẩn.
- Số nghiệm của hệ tùy theo số nghiệm của phương trình bậc hai này.

2. Các ví dụ minh họa.

Ví dụ 1: Giải các hệ phương trình sau

$$a) \begin{cases} y + x^2 = 4x \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - 4y + 1 = 0 \\ xy = 3(x + y) - 9 \end{cases}$$

Lời giải

$$a) \text{ Hệ phương trình tương đương } \begin{cases} 5 - 2x + x^2 = 4x \\ y = 5 - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 5 = 0 \\ y = 5 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \\ y = 5 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ là $(1; 3)$ và $(5; -5)$.

$$b) \text{ Hệ phương trình tương đương } \begin{cases} x = \frac{4y - 1}{3} \\ \frac{4y - 1}{3} y = 3\left(\frac{4y - 1}{3} + y\right) - 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4y - 1}{3} \\ 4y^2 - 22y + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4y - 1}{3} \\ y = 3 \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{3} \\ y = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ là $\left(\frac{11}{3}; 3\right)$ và $\left(3; \frac{5}{2}\right)$.

Nhận xét: Từ cách giải của hệ phương trình trên ta thấy rằng nếu một hệ phương trình hai ẩn mà có một phương trình bậc nhất hai ẩn (hoặc có thể biểu diễn ẩn này qua ẩn kia) thì ta dùng phương pháp thế.

Ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 2: Giải các hệ phương trình sau

$$\text{a) } \begin{cases} x^3 = xy + 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x(x + y + 1) - 3 = 0 \\ (x + y)^2 - \frac{5}{x^2} + 1 = 0 \end{cases}$$

Lời giải

a) Hệ phương trình tương đương với
$$\begin{cases} x^3 = x(2x - 3) + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)(x^2 - x + 2) = 0 \\ y = 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ là $(1; -1)$.

b) ĐKXD: $x \neq 0$

Hệ phương trình tương đương với
$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{x} - 1 \\ \left(\frac{3}{x} - 1\right)^2 - \frac{5}{x^2} + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \frac{3}{x} - 1 \\ \frac{9}{x^2} - \frac{6}{x} + 1 - \frac{5}{x^2} + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{x} - x - 1 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{x} - x - 1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ là $(1; 1)$ và $\left(2; -\frac{3}{2}\right)$.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 3.54: Giải các hệ phương trình

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x^2 + y^2 = 17 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} x^3y = 16 \\ 3x + y = 8 \end{cases} \qquad \text{c) } \begin{cases} x^3 - 8x = y^3 + 2y \\ x^2 - 3 = 3(y^2 + 1) \end{cases}$$

Bài 3.55: Tìm m để hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = m \\ 2x^2 - 3y^2 = 1 \end{cases}$$
 có nghiệm.